PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 22. 15. November 1915. 16. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 23 am 27. November 1915.

INHALT:

Originalmitteilungen:
K. Uller, Die elektrische Energiedichte und der Wellenzustand im elektrisch erregungslosen Körper. S. 409.
H. Zahn, Über den Nachweis elektromagnetischer Wellen an dielektrischen Drähten. S. 414.
H. Th. Wolff, Zur Theorie der β-Strahlen. S. 416.
H. Dießelhorst u. H. Freundlich, Über die Doppelbrechung des Vanadinpentoxydsols. S. 419.

Besprechungen:
H. Sieveking, Moderne Probleme der Physik. S. 425.
K. Fuß u. G. Hensold, Lehrbuch der Physik für den Schul- und Selbstunterricht. S. 425.
O. D. Chwolson, Traité de Physique. VI. S. 426.
E. Jochmann u. O. Hermes, Grundriß der Experimentalphysik und Elemente der Chemie, sowie der Astronomie und mathematischen Geographie. S. 426.
V. Volterra, Drei Vorlesungen über neuere Fortschritte der mathematischen Physik. S. 426.
H. Rohmann, Elektrische Schwingungen. S. 427.
B. Dessau, Manuale di Fisica. II. S. 427.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker. S. 428.
Personalien. S. 428.
Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1915/16. S. 428.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die elektrische Energiedichte und der Wellenzustand im elektrisch erregungslosen Körper.

Von Karl Uller.

Einleitung. Nach allen molekularen Dispersionstheorien kann der elektrische Erregungskoeffizient ε, bisher „komplexe Dielektrizitätskonstante" genannt, in seinem reellen Teil ε' auch negativ ausfallen. Wie ich in einer vorangehenden Abhandlung[1]) schon mitgeteilt habe und an einer anderen Stelle zeigen werde, kommen auch wirklich in der Natur negative ε' vor, nämlich bei Metallen und Metalloiden; wahrscheinlich auch noch in anderen Körpergruppen. Diese neue physikalische Tatsache erlaubt wichtige Folgerungen zu ziehen. Zunächst bereitet sie jeder Lichttheorie, die sich auf der Vorstellung stetiger materieller Raumerfüllung aufbaut, ein Ende. In Betracht können nur noch molekular-elastische oder molekular-elektrische Vorstellungen kommen. Eine andere Folgerung, die das Spannungssystem im elektromagnetischen Felde berührt, fand bereits eine Erörterung in der eben genannten Abhandlung in dieser Zeitschrift. Eine weitere betrifft die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Phasen[2]) in einer Welle: einfache Plan- und Kugelwellen, die durch Körper mit negativem ε' laufen, zeigen bei mäßiger Extinktion Überlichtgeschwindigkeiten! Eine vierte Folgerung besagt, daß die bisherige Annahme für die elektrische Energiedichte bei nicht stationären Zuständen unhaltbar ist. Der Nachweis wird weiter unten geführt. Eine fünfte Folgerung ist die Existenz elektrisch erregungsloser Körper. Da es nämlich wirklich auch Körper mit negativen ε' gibt, kann es keinem Zweifel unterliegen, daß es auch Körper gibt oder daß Lösungen hergestellt werden können, für die bei gewissen Frequenzen und gewissen Temperaturen ε' den Wert Null durchschreitet; unter solchen werden auch konservative möglich sein, für welche ε'' den Grenzwert Null annimmt. Ein solcher elektrischer Nullkörper ist elektrisch erregungslos, und infolgedessen der Wellenzustand in ihm ein sehr merkwürdiger, wie sich in dieser Abhandlung ergeben wird.

§ 1. Die elektrische Energiedichte. Den Betrachtungen zugrunde soll folgendes System von Feldgleichungen in ruhenden Körpern liegen

$$\begin{aligned} \mathfrak{D}_e &= V \operatorname{rot} \mathfrak{M}; \quad \operatorname{div} \mathfrak{D}_e = 0 \\ \dot{\mathfrak{D}}_m &= -V \operatorname{rot} \mathfrak{E}; \quad \operatorname{div} \mathfrak{D}_m = 0. \end{aligned} \qquad (1)$$

$\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$ bezeichnen die elektrische bzw. magnetische Feldstärke, $\mathfrak{D}_e$ und $\mathfrak{D}_m$ die entsprechenden Erregungen; V ist eine universelle Konstante. In molekular aufgebauten Körpern treten elektrische und magnetische Polarisationen, $\mathfrak{P}_{eh}$ und $\mathfrak{P}_{mh}$ auf, die zusammen mit ihren zeitlichen Ableitungen in Beziehungen zu den Kräften des Feldes stehen. Die üblichen Verknüpfungen zwischen ihnen und den Erregungen lauten

$$\mathfrak{D}_e = \varepsilon_0 (\mathfrak{E} + \mathfrak{P}_e); \quad \mathfrak{D}_m = \mu_0 (\mathfrak{M} + \mathfrak{P}_m); \qquad (2)$$

ε_0 und μ_0 sind die beiden Konstanten des Vakuums; $\mathfrak{P}_e$ und $\mathfrak{P}_m$ sind die Summen der einzelnen Polarisationsgattungen, also

1) K. Uller, Die Spannungen im elm. Felde (Diese Zeitschr. 16, 376, 1915).

2) K. Uller, Eine Wellenstudie (Elster-Geitel-Festschrift 1915, S. 513).

$$\mathfrak{P}_e = \mathsf{S} N p_{eh} \cdot \mathfrak{P}_{eh};\quad \mathfrak{P}_m = \mathsf{S} N p_{mh} \cdot \mathfrak{P}_{mh}, \tag{3}$$

worin N die Zahl der Molekeln im cm^3, p_{eh} bzw. p_{mh} die Zahl der Elektronen bzw. Magnetonen der Gattung h in der Molekel bedeuten soll. Bei elementarer Schwingungsform der Welle führt der Zusammenhang der $\mathfrak{P}_{eh}$ nebst ihren zeitlichen Ableitungen mit $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{P}_e$, d. i. die Schwingungsgleichung der elektrischen Polarisationsgattung $\mathfrak{P}_{eh}$, in homogenen isotropen und nicht drehenden Körpern unter Benutzung einer Schreibweise, die der für $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{D}_e$ im § 1 der vorangehenden Abhandlung[1]) nachgebildet ist, auf die Form

$$\begin{aligned} P_{eh} &= 1/\gamma_{eh} \cdot E, \text{ also} \\ P_e &= \mathsf{S} N p_{eh}/\gamma_{eh} \cdot E = \varkappa_e E. \end{aligned} \tag{4a}$$

Entsprechendes ist im allgemeinen für die magnetischen Polarisationen anzusetzen, so daß

$$\begin{aligned} P_{mh} &= 1/\gamma_{mh} \cdot M, \text{ also} \\ P_m &= \mathsf{S} N p_{mh}/\gamma_{mh} \cdot M = \varkappa_m M \end{aligned} \tag{4b}$$

ist.

Damit geht das System (2) über in

$$\begin{aligned} D_e &= \varepsilon_0 (1 + \varkappa_e) E = \varepsilon E; \\ D_m &= \mu_0 (1 + \varkappa_m) M = \mu M. \end{aligned} \tag{5}$$

Die von den Feldstärken und Polarisationen unabhängigen Größen γ_{eh} und γ_{mh} fallen im allgemeinen komplex aus, folglich auch die Suszeptibilitäten $\varkappa_e$ und $\varkappa_m$ sowie die Erregungskoeffizienten ε und μ. Letztere treten in einer Welle nicht allein, sondern nur in den Verbindungen

$$\varepsilon \nu / V = a_e;\quad \mu \nu / V = a_m;\quad a_e \cdot a_m = a \tag{6}$$

auf; in ν bezeichnet ν' die Frequenz und ν'' die (positive oder negative) Dämpfung der Welle. Der Einfluß des Körpers auf den Bau der Welle äußert sich also im allgemeinen in vier Konstanten: a_e', a_e'', a_m', a_m'', von denen die letzte praktisch zu Null angenommen werden darf, da Absorption von magnetischer Energie bisher merklich nicht beobachtet worden ist.

Bildet man nun den zeitlichen Mittelwert der üblichen elektrischen Energiedichte, ein Ausdruck, der nur positiv sein kann, so erhält man mit (5) und (6)

$$\overline{(\mathfrak{E}\mathfrak{D}_e)} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{\nu \nu^*} \frac{a_e + a_e^*}{2} (E E^*) e^{-2\nu'' t}. \tag{7}$$

Es müßte demnach a_e' stets positiv sein, im Widerspruch mit der neuen Erfahrung.

In Wirklichkeit gilt für die Energiedichte ein wesentlich erweiterter Ausdruck, der für gewisse Körpergruppen, wie z. B. die Gase, und in gewissen Gebieten der Frequenzen und Temperaturen angenähert sich in den bisherigen vereinfacht.

Um diesen in erster Annäherung zu entwickeln, ist es nötig, wenigstens über die Form der Schwingungsgleichungen der Polarisationen bestimmte Annahmen zu machen. Wir nehmen die einfachst mögliche und setzen an

$$\begin{aligned} c_{eh} \mathfrak{P}_{eh} + d_{eh} \dot{\mathfrak{P}}_{eh} + f_{eh} \ddot{\mathfrak{P}}_{eh} + g_{eh} \dddot{\mathfrak{P}}_{eh} + \\ \cdots \zeta_{eh} \mathfrak{P}_e = \mathfrak{E}; \end{aligned} \tag{8}$$

wechselseitige Beeinflussungen der elektrischen Polarisationsgattungen $\mathfrak{P}_{eh}$ unter sich oder mit dem magnetischen Felde sind also als vernachlässigbar vorausgesetzt. Ganz entsprechende Gleichungen sollen für die magnetischen Polarisationen $\mathfrak{P}_{mh}$ gelten.

Multiplizieren wir die Grundgl. (1) skalar mit $\mathfrak{E}$ bzw. $\mathfrak{M}$ und addieren, so kommt

$$\begin{aligned} -V \operatorname{div}[\mathfrak{E}\mathfrak{M}] = (\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{D}}_e) + (\mathfrak{M}\dot{\mathfrak{D}}_m) = \varepsilon_0 (\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{E}}) + \\ \mu_0 (\mathfrak{M}\dot{\mathfrak{M}}) + \varepsilon_0 \mathsf{S} N p_{eh} (\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) \\ + \mu_0 \mathsf{S} N p_{mh} (\mathfrak{M}\dot{\mathfrak{P}}_{mh}). \end{aligned} \tag{9}$$

Nun ist

$$\begin{aligned} (\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) = c_{eh} \cdot (\mathfrak{P}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) + d_{eh} \dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 + f_{eh} (\ddot{\mathfrak{P}}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) + \\ g_{eh} (\dddot{\mathfrak{P}}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) + \cdots \zeta_{eh} (\mathfrak{P}_e \dot{\mathfrak{P}}_{eh}) = \\ \frac{\partial}{\partial t} \Big\{ c_{eh} \frac{1}{2} \mathfrak{P}_{eh}^2 + f_{eh} \frac{1}{2} \dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 + g_{eh} (\dot{\mathfrak{P}}_{eh}\ddot{\mathfrak{P}}_{eh}) + \\ \zeta_{eh} (\mathfrak{P}_{eh}\mathfrak{P}_e) \Big\} + \{ d_{eh} \dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 - g_{eh} \ddot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 - \zeta_{eh} (\mathfrak{P}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_e) \}. \end{aligned}$$

Nennen wir die Größe

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_0}{2} \mathfrak{E}^2 + \varepsilon_0 N \mathsf{S} p_{eh} \Big\{ c_{eh} \frac{1}{2} \mathfrak{P}_{eh}^2 + f_{eh} \frac{1}{2} \dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 + \\ g_{eh} (\dot{\mathfrak{P}}_{eh}\ddot{\mathfrak{P}}_{eh}) + \zeta_{eh} (\mathfrak{P}_{eh}\mathfrak{P}_e) \Big\} = w_e \end{aligned} \tag{10}$$

die elektrische Energiedichte,

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 N \mathsf{S} p_{eh} \{ d_{eh} \dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 - g_{eh} \ddot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 - \\ \zeta_{eh} (\mathfrak{P}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_e) \} = \delta_e \end{aligned} \tag{11}$$

die elektrische Vergeudungsdichte, Ausdrücke, denen sich entsprechende für das magnetische Feld hinzugesellen, so wird mit Berücksichtigung der bekannten Definition der Strahlung $\mathfrak{R}$ die Gl. (9) auf einen endlichen Raum v mit der Oberfläche o erweitert

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int dv \{ w_e + w_m \} = \int (do\, \mathfrak{R}) + \int dv \{ \delta_e + \delta_m \}, \tag{12}$$

mit der bekannten physikalischen Deutung. Was uns hier interessiert, ist die Feststellung, daß nach (10) die elektrische Energiedichte w_e keineswegs gleich $(\mathfrak{E}\mathfrak{D}_e)$ ist, auch nicht im Zeitmittel.

Für nichtstationäre Felder ist somit der bisherige Ausdruck für die Feldenergiedichte zu eng; im elektrisch erregungslosen Körper wäre er gar null!

---

1) K. Uller, Die Spannungen im elm. Felde (Diese Zeitschr. **16**, 377, 1915).

§ 2. Die Existenz des elektrisch erregungslosen Körpers. Das Energieprinzip läßt bei permanenten Schwingungen positive Werte von a_e'' und a_m'' nicht zu. Außer dieser Beschränkung gibt es keine für die Wertbereiche der vier Körperkonstanten. Es kann uns daher nicht verwehrt werden, die Frage aufzuwerfen: Welche Form weist das elektromagnetische Feld auf, wenn a_e oder a_m gerade den Wert Null annimmt? Lassen wir den Fall: $\nu = 0$ beiseite, der auf die bekannte Elektro- oder Magnetostatik führt, setzen wir also Schwingungen voraus, so ergibt sich folgendes.

Wenn $a_e = 0$ ist, hält die elektrische Polarisation der elektrischen Feldstärke gerade das Gleichgewicht: der Körper erweist sich in der Welle als elektrisch erregungsfrei. Ist $a_m = 0$, so ist der Körper in der Welle magnetisch erregungsfrei. Es ist klar, daß in diesen singulären Fällen die Felder nicht nur interessante, sondern auch theoretisch wichtige Formen annehmen werden, da sie in Prüfung mit den Erfahrungen Rückschlüsse gestatten werden.

Finden sich diese logischen Folgerungen aus größtenteils von der Erfahrung gestützten, teils aber doch noch unsicheren Grundannahmen in der Natur verwirklicht? Es gibt nun, wie schon erwähnt, in der Natur Körper mit positivem aber auch solche mit negativem a_e'. Es muß also auch Körper geben oder Lösungen müssen hergestellt werden können, für die bei gewissen Frequenzen und Temperaturen a_e den Wert Null zeigt. Zwar sind solche elektrische Nullkörper in der Physik noch unbekannt, wir können sie aber auf Grund dieser Auseinandersetzungen voraussagen, wenn überhaupt unsere theoretischen Vorstellungen Anspruch auf Richtigkeit machen dürfen.

Anders steht es mit dem magnetisch erregungslosen Körper. Wenn wir auch magnetisierbare Körper mit negativer magnetischer Suszeptibilität $\varkappa_m'$ kennen, so kennen wir doch nicht solche, bei denen $\varkappa_m$ den Wert -1 erreichte. Der magnetische Nullkörper existiert also vermutlich nicht.

Wir schicken uns nun an, den singulären Wellenbau in dem elektrisch erregungslosen Körper zu untersuchen.

Für eine einfarbige Planwelle

$$(E = \mathfrak{e} \cdot e^{-i(\mathfrak{w}\mathfrak{r})};\ M = \mathfrak{m} \cdot e^{-i(\mathfrak{w}\mathfrak{r})})$$

worin $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{m}$ den konstanten elektrischen bzw. magnetischen Wellenvektor bezeichnen und $\mathfrak{w}$ das konstante Wellennormalenpaar ist, nehmen die Feldgleichungen (1) des vorigen Paragraphen mit den Beziehungen (5) und (6) daselbst die Gestalt an

$$\mathfrak{w}^2 = a_e \cdot a_m = a \qquad (1)$$

$$\mathfrak{e} = -1/a_e \cdot [\mathfrak{w}\mathfrak{m}];\ (\mathfrak{w}\mathfrak{m}) = 0 \qquad (2\,a)$$

oder auch

$$\mathfrak{m} = +1/a_m \cdot [\mathfrak{w}\mathfrak{e}];\ (\mathfrak{w}\mathfrak{e}) = 0. \qquad (2\,b)$$

Für das Vakuum hat a den Wert

$$a_0 = a_{e0} \cdot a_{m0} = \varepsilon_0 \mu_0 \nu^2/V^2,$$

worin $V/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ die Lichtgeschwindigkeit eines einfachen Strahles im Vakuum ist.

Aus (1) ergibt[1]) sich für die Beträge der Isophasen- und Isodynamennormale

$$\left.\begin{aligned} |\mathfrak{w}'| &= \sqrt{1/2\,\{(\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*) + a'\}}; \\ |\mathfrak{w}''| &= \sqrt{1/2\,\{(\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*) - a'\}}; \\ \text{mit } (\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*) &= \sqrt{a'^2 + a''^2/\cos^2\vartheta}, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

wenn ϑ den (stumpfen) Spreizwinkel zwischen diesen beiden Komponenten des Wellennormalenpaars bezeichnet.

In einem konservativen[1]) Körper — und ein solcher ist ja unser Nullkörper — ist die Spreizung des Wellennormalenpaares, welche der Spreizvektor $[\mathfrak{w}''\mathfrak{w}'] = 1/2\,i \cdot [\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*]$ mißt, entweder gestreckt — dann verschwindet $\mathfrak{w}'$ oder $\mathfrak{w}''$ —, oder sie ist gleich einem rechten Winkel. Demgemäß haben wir bei unserm Nullkörper zwei Fälle zu unterscheiden: Das Feld ohne und das Feld mit Wellennormalenpaar.

§ 3. Das Feld ohne Wellennormalenpaar. Im Falle $a_e = a = 0$ muß bei gestreckter Spreizung sowohl der Phasengradient $\mathfrak{w}'$ als auch der Amplitudengradient $\mathfrak{w}''$ verschwinden wie $\sqrt{a}$. Die Divergenzlosigkeit des elektrischen sowie des magnetischen Feldes ist also von selber gesichert. Ferner ersehen wir aus den Feldgleichungen (2a) und (2b) des § 2: Soll das Feld endlich bleiben, so muß der magnetische Wellenvektor $\mathfrak{m}$ verschwinden wie $\sqrt{a}$. Wir haben somit das Ergebnis: In der Welle besteht weder ein Amplituden- noch ein Phasengefälle. Eine magnetische Welle kommt nicht zustande und daher auch kein Energiefluß. Weitere Folgen sind, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die Wellenlänge der elektrischen Welle unendlich groß ausfallen, die Störungen sich also momentan ausbreiten. Die elektrische Welle ist mit anderen Worten entartet. Der elektrische Zustand ist ein zeitlich schwankendes quasielektrostatisches Feld, in dem räumliche Ladungen nicht auftreten.

§ 4. Das Feld mit Wellennormalenpaar. Ist im Falle $a_e = a = 0$ der Spreizwinkel des Wellennormalenpaares nicht ein ge-

1) K. Uller, Eine Wellenstudie, § 2.

streckter, so ist er ein rechter. Dann besteht ein Wellennormalenpaar, in dem beide Komponenten von gleichem Betrage sind. Jetzt aber folgt aus der Feldgleichung (2a) des § 2: $[\mathfrak{w}\mathfrak{m}] = 0$ und $\mathfrak{e} = 0/0$. Für den magnetischen Wellenvektor haben wir also die Bedingung

$$\mathfrak{m} = \sigma \cdot \mathfrak{w}, \tag{1}$$

worin σ einen beliebigen Skalar bezeichnet. Die Forderung der Divergenzlosigkeit des magnetischen Feldes ist wegen Gleichung (1) § 2 identisch erfüllt. Berücksichtigen wir noch die aus den Feldgleichungen fließende allgemeine Beziehung

$$a_m(\mathfrak{m}\mathfrak{m}) = a_e(\mathfrak{e}\mathfrak{e}), \tag{2}$$

so können wir folgende Aussage machen: Das magnetische Feld ist dem Wellennormalenpaar fest zugeordnet, so wie das Verrückungsfeld in einer elastischen Verdünnungswelle[1])! Es unterscheidet sich indessen von jenem, insofern, als es divergenzlos und kreispolarisiert ist.

Multiplizieren wir die Feldgleichung (2b) des § 2, die gleichzeitig gelten muß, vektoriell mit $\mathfrak{w}^*$, so kommt mit Rücksicht auf (1)

$$\mathfrak{e}(\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*) = (\mathfrak{e}\mathfrak{w}^*)\mathfrak{w} + a_m \sigma [\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*], \tag{3}$$

eine Beziehung, welche die Divergenzlosigkeit des elektrischen Feldes identisch erfüllt. Neben dem Wellennormalenpaar $\mathfrak{w}$, mit der Bedingung $\mathfrak{w}^2 = 0$, und dem Skalar σ, der nach (3) mit $\mathfrak{e}^2$ die Beziehung

$$(\mathfrak{e}\mathfrak{e}) = -a_m{}^2 \sigma^2 \tag{4}$$

eingeht, muß der Skalar $(\mathfrak{e}\mathfrak{w}^*)$ als gegeben angesehen werden, da sich für ihn keine Bedingung auftreiben läßt. Die Lage des elektrischen Feldes zur Isophasennormale $\mathfrak{w}'$ kann also auch im Nullkörper eine beliebige sein, sofern es nicht strichpolarisiert ist. Das elektrische Feld ist somit durch 4×2 skalare Bestimmungsstücke gegeben, wie auch sonst, während für das magnetische Feld hier nur 3×2 Bestimmungsstücke vonnöten sind. Will man die Strahlung $\overline{\mathfrak{R}}$ berechnen nach den von mir angegebenen Formeln[2]), so ist zu beachten, daß hier nur die brauchbar ist, welche $\overline{\mathfrak{R}}$ in Abhängigkeit von $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{w}$ liefert; in Abhängigkeit von $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{w}$ erscheint nämlich $\overline{\mathfrak{R}}$ in der unbestimmten Form 0/0. Allgemein ergibt sich mit (1)

$$(\overline{\mathfrak{R}}[\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*]) \sim (\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*)(\mathfrak{w}/v + \mathfrak{w}^*/v^*, [\mathfrak{e}\mathfrak{e}^*]) \tag{5}$$

mit

$$(\mathfrak{w}[\mathfrak{e}\mathfrak{e}^*]) = a_m \cdot \sigma (\mathfrak{w}\mathfrak{e}^*) \tag{6}$$

gemäß Gleichung (3).

Die Strahlung verläuft in der Ebene des Wellennormalenpaares nur dann, wenn die elektrische Welle strichpolarisiert ist. (Demgemäß ist in meiner vorangehenden Abhandlung in dieser Zeitschrift auf S. 379 die 21. Zeile von unten der zweiten Spalte zu ergänzen durch: wenn die elektrische Welle strichpolarisiert ist.)

§ 5. Zurückwerfung und Brechung bei elektrisch erregungslosen Körpern.

A. Eine Quelle, etwa ein schwingender oder umlaufender elektrischer Dipol, befinde sich in einem Körper ($a_e = 0$). Da in der von ihr fortlaufenden Störung ein Spreizvektor $[\mathfrak{w}''\mathfrak{w}']$ sicherlich nicht vorhanden ist, liegt der Fall des § 3 vor: Es existiert kein Wellennormalenpaar, infolgedessen wir ein schwankendes quasi-elektrostatisches Feld, ohne gleichzeitiges magnetisches Feld, haben. Die Quelle entwickelt keine Strahlung. Das Emissionsvermögen ist null, wie das Absorptionsvermögen. Grenzt unser Körper an einen anderen Körper, so verursacht die elektrische Störung an der Trennungsfläche keinen zurückgeworfenen und keinen gebrochenen Strahl; es gibt einfach eine reflexionslose Fortsetzung des quasi-elektrostatischen Feldes in das angrenzende Medium hinein, obgleich das Feld zeitlich schwankt. Aus der Stetigkeit von $a_e(\mathfrak{e}\mathfrak{k})$ folgt, daß im angrenzenden Körper das elektrische Feld tangential liegen muß.

B. Zwei Körper mögen in einer Ebene aneinander stoßen. Die elektrischen Wellenkonstanten des ersten seien von Null verschieden, die des zweiten gerade Null. Eine Planwelle in (1) falle gegen die T-Ebene mit dem Flächenlot $\mathfrak{k}$ ein.

In diesem Falle besteht im allgemeinen ein gebrochenes Wellennormalenpaar $\mathfrak{w}_d$, denn seine Tangentialkomponenten müssen nach dem Koexistenzgesetz der Wellennormalenpaare gleich denen des einfallenden Wellennormalenpaares $\mathfrak{w}_i$ sein. Natürlich ist wegen des Verschwindens von $(\mathfrak{w}_d''\mathfrak{w}_d')$ sein Spreizwinkel ein rechter. Ferner sind der Phasengradient $\mathfrak{w}_d'$ und der Amplitudengradient $\mathfrak{w}_d''$ von gleichem Betrage. Es kann jetzt auch ein gebrochener Strahl auftreten, denn es kann jetzt ein gebrochenes magnetisches und elektrisches Feld bestehen; wir entnehmen es den von mir bereits veröffentlichten allgemeinen Formeln[1]) durch Spezialisierung und unter Benutzung der in (6) § 1 eingeführten Bezeichnungen. Man findet zunächst

$$A_{mr} = -1; \quad A_{md} = 0.$$

1) K. Uller, Zurückwerfung und Brechung elastischer Wellen (Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 839, 1914).

2) K. Uller, Wellenstudie, § 4.

1) K. Uller, Brechung und Zurückwerfung elm. Wellen (Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 875, 1914).

Demnach ist

$$(\mathfrak{e}_r\mathfrak{k}) = -(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k});\quad (\mathfrak{e}_d\mathfrak{k}) = 2(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})/(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k}). \qquad (1), (2)$$

Dabei ist

$$(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})^2 = -[\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}]^2 \qquad (3)$$

nach dem Koexistenzsatze. Ferner findet man

$$N_e = a_{m2}(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + a_{m1}(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})$$

$$B_{md} = 2\frac{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})}{(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})}\frac{a_{m1}}{N_e};\; C_{md} = -\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\, B_{md}.$$

Damit kommt

$$\begin{aligned}\mathfrak{m}_d &= B_{md}(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})\{\mathfrak{w}_i - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\mathfrak{k} + (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\mathfrak{k}\}\\ &= B_{md}(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})\,\mathfrak{w}_d \quad = \sigma_d\cdot\mathfrak{w}_d.\end{aligned}$$

Der oben eingeführte Skalar σ nimmt also hier den Wert an

$$\sigma_d = 2\frac{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})}{(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})}\frac{a_{m1}(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})}{N_e}. \qquad (4)$$

Die gebrochene magnetische Welle ist natürlich kreispolarisiert, unabhängig von Richtung und Zustand der einfallenden Welle. Für die gebrochene elektrische Welle erhalten wir wegen

$$A_{ed} = 2a_{m2}(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})/N_e;\quad B_{ed} = a_{m1}/a_{m2}\cdot A_{ed}/(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})$$

$$C_{ed} = \{a_{m2}/a_{m1} - 1\}\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\, B_{ed}$$

$$\mathfrak{e}_d = A_{ed}\left\{\mathfrak{e}_i + \frac{a_{m1}}{a_{m2}}\frac{(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})}{(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})}\{(\mathfrak{w}_i + \left(\frac{a_{m2}}{a_{m1}} - 1\right)[(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})]\,\mathfrak{k}\}\right\}. \qquad (5)$$

Für die zurückgeworfenen Wellen findet man wegen

$$B_{mr} = B_{md};\; C_{mr} = -\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - a_{m2}/a_{m1}\cdot(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\, B_{md}$$

$$\begin{aligned}\mathfrak{m}_r &= -\mathfrak{m}_i + B_{md}(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})\{\mathfrak{w}_i - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\mathfrak{k} + a_{m2}/a_{m1}\cdot(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\mathfrak{k}\} \qquad (6)\\ &= -\mathfrak{m}_i + \sigma_d\cdot\mathfrak{w}_d,\end{aligned}$$

falls $a_{m2} = a_{m1}$ gesetzt werden kann.

Ferner wegen

$$A_{er} = A_{ed} - 1;\; B_{er} = B_{ed}$$

$$C_{er} = -\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + a_{m2}/a_{m1}\cdot(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\, B_{ed}$$

$$\mathfrak{e}_r = -\mathfrak{e}_i + A_{ed}\left\{\mathfrak{e}_i + \frac{a_{m1}}{a_{m2}}\frac{(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})}{(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})}\{\mathfrak{w}_i - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\,\mathfrak{k} - \frac{a_{m2}}{a_{m1}}(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\,\mathfrak{k}\}\right\}. \qquad (7)$$

Bemerkenswert ist, daß in sämtlichen Formeln die Wellenkonstante a_{e1} explizite nicht auftritt; sie steckt nur noch in dem einfallenden Wellennormalenpaar $\mathfrak{w}_i$.

Im Falle $(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) = 0$ ist immer das zweite Medium feldfrei: im Falle

$$(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k}) = 0 = (\mathfrak{e}_i[\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}])$$

besteht nach (4) keine gebrochene Strahlung, sondern nur eine gebrochene elektrische Welle, eine singuläre Welle, die nach Gl. (3) und (4) § 4 kreispolarisiert in der Ebene des Wellennormalenpaares schwingt! In beiden Fällen trägt der zurückgeworfene Strahl die volle Energie des einfallenden. Ist $(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k}) \neq 0$, hat also das einfallende magnetische Feld eine Komponente nach dem Flächenlot $\mathfrak{k}$, so kann Strahlumbiegung[1]) eintreten, sowohl unabhängig als auch abhängig vom Polarisationszustand der gebrochenen Welle. Sie tritt z. B. auf, wenn der einfallende Strahl ein einfacher ist und der erste Körper konservativ sowie mit positiver erster Wellenkonstante behaftet ist. Wir haben dann Strahlumbiegung für jeden Einfallswinkel und jeden Polarisationszustand. Ein Snelliussches Gebiet[2]) der Brechung gibt es natürlich nicht, und wenn das einfallende Wellennormalenpaar in das Flächenlot fällt, gibt es im angrenzenden Körper kein Wellennormalenpaar, infolgedessen daselbst nur ein zeitlich schwankendes quasi-elektrostatisches Feld. Der elektrisch erregungslose Körper hat also keinen „Brechungsexponenten".

Fällt ein natürliches einfarbiges Strahlenbündel schräg ein, so können wir die magnetische Schwingung in jedem der einfachen einfallenden Strahlen in zwei geradlinig schwingende Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene zerlegen. Dann gibt es für letztere keine gebrochene Fortsetzung, wenn auch eine elektrische Welle. Wenn die ersteren ein gebrochenes Strahlenbüschel liefern, so herrschen im zurückgeworfenen Strahlenbündel die Intensitäten derjenigen Strahlen vor, in denen die magnetischen Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene vor sich gehen.

Aus unseren Erörterungen wird ersichtlich, daß unser Nullkörper in den praktisch vorherrschenden Fällen eine auffallende Strahlung nicht in sich eintreten läßt!

C. Von den beiden angrenzenden Körpern habe der erste die komplexe Wellenkonstante $a_{e1} = 0$. Für die einfallende Welle haben wir nach § 4 zu setzen

$$(\mathfrak{w}_i''\mathfrak{w}_i') = 0;\; |\mathfrak{w}_i'| = |\mathfrak{w}_i''|;\; \mathfrak{m}_i = \sigma_i\mathfrak{w}_i; \qquad (8)$$

statt $(\mathfrak{e}_i\mathfrak{w}_i^*)$ wollen wir, weil es bequemer ist, $\mathfrak{e}_i$ beliebig gegeben ansehen.

Die gebrochenen und zurückgeworfenen Wellen erhalten wir wieder durch Spezialisierung der allgemeinen Formeln (siehe oben unter B). Man findet zunächst

$$A_{mr} = +1;\; A_{md} = +2.$$

Also ist

$$(\mathfrak{e}_r\mathfrak{k}) = +(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k}) \text{ und } (\mathfrak{e}_d\mathfrak{k}) = 0. \qquad (9), (10)$$

1) K. Uller, Eine Wellenstudie, § 6.
2) K. Uller, Eine Wellenstudie, § 5.

Dabei ist

$$(\mathfrak{w}_d \mathfrak{k})^2 = a_2 + (\mathfrak{w}_i \mathfrak{k})^2. \tag{11}$$

Ferner kommt

$$B_{mr} = B_{md} = -2 a_{m2} / N_e$$
$$N_e = a_{m2} (\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) + a_{m1} (\mathfrak{w}_d \mathfrak{k})$$
$$C_{md} = -a_{m1}/a_{m2} \cdot \{(\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d \mathfrak{k})\} B_{md}$$
$$C_{mr} = -\{(\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) - a_{m1}/a_{m2} \cdot (\mathfrak{w}_d \mathfrak{k})\} B_{md}.$$

Damit wird für die magnetischen Sekundärwellen

$$\mathfrak{m}_d = 2 \sigma_i \mathfrak{w}_i + \sigma_i (\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) B_{md} \times \left\{ \mathfrak{w}_i - \frac{a_{m1}}{a_{m2}} \{(\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d \mathfrak{k})\} \mathfrak{k} \right\} \tag{12}$$

$$\mathfrak{m}_r = \sigma_i \mathfrak{w}_i + \sigma_i (\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) B_{md} \times \left\{ \mathfrak{w}_i - (\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) \mathfrak{k} + \frac{a_{m1}}{a_{m2}} (\mathfrak{w}_d \mathfrak{k}) \mathfrak{k} \right\}. \tag{13}$$

Die Kreispolarisation der einfallenden magnetischen Welle geht in den Sekundärwellen verloren.

Für die elektrischen Sekundärwellen erhält man wegen

$$A_{ed} = -(\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) B_{md}; \quad B_{ed} = B_{er} = B_{md}; \quad C_{ed} = 0;$$
$$C_{er} = -\{(\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) + a_{m1}/a_{m2} \cdot (\mathfrak{w}_d \mathfrak{k})\} B_{md}$$

$$\mathfrak{e}_d = B_{md} [\mathfrak{k} [\mathfrak{w}_i \mathfrak{e}_i]] = -a_{m1} B_{md} \sigma_i [\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}] \tag{14}$$

$$\mathfrak{e}_r = -\mathfrak{e}_i - B_{md} (\mathfrak{e}_i \mathfrak{k}) \left\{ (\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}) + \frac{a_{m1}}{a_{m2}} (\mathfrak{w}_d \mathfrak{k}) \right\} \mathfrak{k} - a_{m1} B_{md} \sigma_i [\mathfrak{w}_i \mathfrak{k}]. \tag{15}$$

Bemerkenswert ist wieder, daß in sämtlichen Formeln die Größe a_{e2} explizite nicht auftritt; sie steckt nur in $(\mathfrak{w}_d \mathfrak{k})$, also in den Normalkomponenten des gebrochenen Wellennormalenpaares. Die gebrochene elektrische Welle schwingt tangential. Fällt die unter (B) festgestellte singuläre elektrische Welle ein, so ist $\sigma_i = 0$ zu setzen; es tritt dann nur eine ebensolche reflektierte elektrische Welle auf.

Die Bedingungen für Strahlumbiegung lauten wegen Gleichung (10) besonders einfach:

$$\sigma_i \neq 0; \quad \nu'' = 0; \quad (\mathfrak{w}_d' \mathfrak{k}) = 0. \tag{16}$$

Der Polarisationszustand der gebrochenen magnetischen und elektrischen Welle spielt dabei keine Rolle. Die dritte Bedingung unter (16) verlangt[1])

$$a_2'' + |\mathfrak{w}_i|^2 \, 2 \cos i_1 \cos j_1 = 0;$$
$$a_2' + |\mathfrak{w}_i|^2 \{\cos^2 i_1 - \cos^2 j_1\} < 0. \tag{17}$$

Darin bezeichnet i_1 bzw. j_1 den Winkel der Isophasennormale $\mathfrak{w}_i'$ bzw. der Isodynamennormale $\mathfrak{w}_i''$ mit dem Flächenlot.

Der elektrisch erregungslose Körper zwingt die elektromagnetische Welle in eine stark von der bekannten abweichende Gestalt, ja, es kann unter Umständen eine elektrische Welle ohne begleitende magnetische auftreten; sie ist dann aber singulärer Art, indem sich in ihr die Phasen und Amplituden fortpflanzen, aber nicht die Energie. Unter wieder anderen Bedingungen tritt in unserm Nullkörper ein zeitlich schwankendes quasi-elektrostatisches Feld auf.

Gießen (Phys. Institut) im Oktober 1915.

(Eingegangen 29. Oktober 1915.)

1) K. Uller, Eine Wellenstudie, § 2, Gl. 10.

Über den Nachweis elektromagnetischer Wellen an dielektrischen Drähten.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von H. Zahn.

In einer theoretischen Untersuchung haben die Herren Hondros und Debye[1]) gezeigt, daß unter gewissen Umständen elektromagnetische Wellen sich längs eines dielektrischen Drahtes in ähnlicher Weise fortpflanzen, wie dies bei einem Draht aus leitendem Material stattfindet. Es werden dabei die vereinfachenden Annahmen gemacht, daß das Dielektrikum ein vollkommenes, d. h. absorptionsfreies sei, das nur durch seinen Brechungsexponenten ν charakterisiert ist, sowie daß der Draht ein unendlich langer sei. Mit diesen Idealisierungen ergibt sich, daß Wellen längs eines dielektrischen Drahtes vom Halbmesser ϱ sich nur fortpflanzen, wenn zwischen der Wellenlänge l, die dem Vorgang im Vakuum zukommen würde und den Größen ϱ und ν die Beziehung besteht

$$l \leq 2{,}61 \, \varrho \sqrt{\nu^2 - 1}$$

Im Grenzfalle, wenn $l = 2{,}61 \, \varrho \sqrt{\nu^2 - 1}$, zeigen die „dielektrischen Wellen" ein Verhalten, das dem von Wellen an Metalldrähten sehr ähnlich ist. Ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit v am Drahte ist gleich der im Vakuum, und die elektrischen Kraftlinien des Außenfeldes stehen nahezu senkrecht auf der Drahtoberfläche. Ist hingegen l klein gegen den rechtsstehenden Ausdruck, so ist das Bild ein wesentlich anderes, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist auf den νten Teil der vorigen gesunken, das Feld im Außenraum ist praktisch verschwunden, der Vorgang spielt sich im wesentlichen im Drahtinnern ab. Zwischen den beiden Grenzfällen muß gelten: $3 \cdot 10^{10} > v > 3 \cdot 10^{10}/\nu$, ferner muß das Außenfeld dem Grade der Abweichung entsprechend mehr oder weniger geschwächt sein.

1) D. Hondros und P. Debye, Ann. d. Phys. 32, 466, 1910.

Indessen ergibt die Theorie weiter, daß $l = 2{,}61\,\varrho\sqrt{\nu^2 - l}$ nicht die einzige Wellenlänge ist, die sich mit der Lichtgeschwindigkeit am Drahte fortpflanzt, sondern nur die größtmögliche. Der geschilderte Vorgang wiederholt sich nämlich in Serien, die man als solche höherer Ordnung bezeichnen könnte und die bestimmt sind durch die Grenzfälle

$$\frac{l}{\varrho}\cdot\frac{1}{\sqrt{\nu^2 - 1}} = 1{,}14$$

(zweite Ordnung) bzw. $= 0{,}72$ (dritte Ordnung) usw.

Für die experimentelle Untersuchung der dielektrischen Drahtwellen lassen sich aus der Theorie einige bedeutungsvolle Hinweise gewinnen. Abgesehen davon, daß die Größenordnung der zu verwendenden Erreger dadurch bestimmt ist, daß $\nu = 9$ der maximal erreichbare Brechungsexponent und daß man damit und durch die aus praktischen Gründen begrenzte Größe von ϱ auf Wellen beschränkt ist, die 1 m nicht wesentlich überschreiten dürfen, ersieht man, daß reine Verhältnisse nur in der Nähe des ersten Grenzfalls zu erwarten sind. Denn bei wesentlich kleineren Wellenlängen, als diesem entsprechen, müssen sich dielektrische Wellen verschiedener Ordnungen in ihren Wirkungen überlagern. Ob der zweite theoretische Grenzfall, bei dem die Wellen ausschließlich im Innern verlaufen, experimentell überhaupt nachweisbar ist, erscheint fraglich, auch wenn man Störungen durch höhere Ordnungen außer Betracht läßt; man muß sich dabei vor Augen halten, daß Strömung und Rückströmung im Drahtinnern stattfinden und daher ein kontinuierlicher Übergang der Phase des Schwingungsvorgangs von der Achse nach der Drahtoberfläche anzunehmen ist, so daß Untersuchungen mit Sonden wenig Erfolg versprechen.

Im Laufe des Sommers 1914 habe ich durch zwei Doktoranden, die Herren cand. rer. nat. Rüter und Schriever die ersten experimentellen Versuche zum Nachweis dielektrischer Drahtwellen anstellen lassen, die sie jedoch infolge ihres Eintritts als Kriegsfreiwillige bald unterbrechen mußten. Es hatte sich dabei gezeigt,[1]) daß in der Nähe des ersten Grenzfalls derartige Schwingungen leicht herzustellen sind. Im Nachstehenden möchte ich kurz einige Versuchsergebnisse mitteilen, die ich selbst erhalten habe; eine Beschreibung der Versuchsanordnung sowie Näheres über die Messungen sollen demnächst an anderer Stelle gegeben werden.

Die Methode war die der stehenden Drahtwellen. Der dielektrische Draht wurde einseitig durch einen geeigneten Oszillator angeregt; mit einem auf das Spannungsquadrat ansprechenden Detektor wurde das Außenfeld längs des Drahtes untersucht. Da Dielektrika von hohem Brechungsexponenten erforderlich sind, konnten nur Flüssigkeiten — Wasser, Methylalkohol, Aceton — in verschieden weiten Glasrohren verwendet werden. Aus den Potentialbäuchen und Knoten längs des Rohres ergab sich die Wellenlänge am Draht, sie lieferte in Verbindung mit der durch einen Resonanzkreis gemessenen Oszillatorwellenlänge die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v. Durch Vornahme der Messungen in verschiedenen Abständen von der Rohroberfläche konnte auch das Verhalten des Außenfeldes studiert werden.

Von den Ergebnissen meiner Messungen mögen folgende hervorgehoben werden. Die Ausbildung der Wellen erfolgt am besten, wenn die Versuchsanordnung so getroffen ist, daß die Beziehung $l = 2{,}61\,\varrho\sqrt{\nu^2 - 1}$ angenähert erfüllt ist. Jedoch existiert die durch die Theorie geforderte Grenzwellenlänge nicht, auch bei größeren Werten von l sind Wellen am dielektrischen Drahte mit Sicherheit nachweisbar. Eine Tabelle über Versuche, die mit einer Erregerwelle von 28,4 cm Länge bei verschieden weiten, mit destilliertem Wasser gefüllten Rohren angestellt wurden, möge das Verhalten zeigen, das auch bei langwelligeren Erregern gefunden wurde. Bei einer Wellenlänge von 28,4 cm durften nach der Theorie Wellen erst auftreten bei Drahtradien $\varrho > 1{,}21$ cm. Mit l sind in der Tabelle die am dielektrischen Zylinder gemessenen Wellenlängen bezeichnet, während $l_1 = 2{,}61\sqrt{80}\cdot\varrho$ die größte Wellenlänge bedeutet, bei der das mit Wasser gefüllte Rohr noch hätte ansprechen dürfen.

ϱ	l_1	l	$v\cdot 10^{-10}$ cm	Bemerkungen
0,54 cm	12,6 cm	—	—	keine sicheren Wellen
0,71 „	16,6 „	ca. 28 cm	$2{,}9_5$	sehr schlechte Wellen
1,00 „	23,4 „	27,9 „	2,94	gute Wellen
1,25 „	29,3 „	26,0 „	2,75	„ „
1,53 „	35,8 „	24,4 „	2,58	„ „
1,90 „	44,5 „	< 24 „	$< 2{,}5_3$	Wellen noch eben erkennbar
2,05 „	48,0 „	—	—	keine Wellen

Die von der Theorie geforderte Grenzwelle mit $v = 3\cdot 10^{10}$ hätte in der Tabelle nahe bei $\varrho = 1{,}25$ liegen müssen, es liegen jedoch keine Anzeichen für eine scharfe Grenze vor. Daß v umso kleiner wird, je mehr l_1 die Länge der

1) Eine kurze Notiz darüber ist in den Schrift. d. Naturw. Ver. f. Schleswig-Holstein **16**, Heft 2, 1915 veröffentlicht.

Erregerwelle übertrifft, kann als eine qualitative Bestätigung der Theorie aufgefaßt werden.

Bei weiterer Vergrößerung von ϱ muß man in Gebiete kommen, wo nach der Theorie die Wellen zweiter Ordnung auftreten, die durch $l'_1 = 1{,}14\sqrt{80 \cdot \varrho}$ begrenzt sind. In der Tat erhielt ich mit einem Rohr vom Radius $\varrho = 2{,}76$ cm wieder ziemlich gute Wellen von 27 cm Länge. Durch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = 2{,}86 \cdot 10^{10}$ cm sind sie als Wellen zweiter Ordnung festgelegt, da sonst $v < 2{,}5 \cdot 10^{10}$ hätte sein müssen.

Es konnte auch festgestellt werden, daß die elektrischen Kraftlinien im Außenraum jedenfalls ziemlich senkrecht auf die Oberfläche des dielektrischen Zylinders einfallen.

Im großen und ganzen kann man meine Versuche als eine Bestätigung der Theorie von Hondros und Debye ansehen. Ein Widerspruch erwächst ihr hauptsächlich in dem Umstand, daß die geforderte scharfe Grenze nach der Seite der für den Draht zu langen Wellen fehlt, es ist aber wahrscheinlich, daß er in den von der Theorie gemachten Vereinfachungen begründet ist, die der Wirklichkeit jedenfalls nicht entsprechen. So ist zunächst darauf hinzuweisen, daß das als absorptionsfrei angenommene Dielektrikum, zumal bei so hohem Brechungsexponenten nicht realisierbar ist. Versuche mit künstlicher Erhöhung der Absorption durch Vergrößerung des Leitvermögens zeigten denn auch eine deutliche Verschlechterung der dielektrischen Wellen, die dadurch zum Verschwinden gebracht werden können. Allerdings folgte aus derartigen Versuchen weiter, daß ein Leitvermögen von $1 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{Ohm cm}}$ für die Ausbildung der Wellen an Wasserdrähten keine Rolle mehr spielt, aber dies beweist nur, daß hier der Energieverlust durch Leitungsströme neben dem durch dielektrische Eigenabsorption, wie sie Herr Debye[1]) annimmt und Herr Rubens[2]) nachgewiesen hat, nicht mehr in Betracht[3]) kommt. Nach einer mir brieflich mitgeteilten Ansicht von Herrn Debye ist es auch möglich, daß das von der Theorie geforderte plötzliche Auftreten der Wellen in der vereinfachenden Annahme eines unendlich langen Drahtes zu suchen ist. Weiterhin kann für die Verwischung einer etwaigen scharf definierten Grenzwelle der Umstand mitbestimmend sein, daß bei der experimentellen Anordnung gedämpfte Erregerwellen verwendet wurden, wenngleich auf diesen Faktor allein der Widerspruch mit der Theorie nicht zurückzuführen sein dürfte.

Die Abweichungen der experimentell herstellbaren Verhältnisse von den theoretisch idealisierten sind zusammen betrachtet so groß, daß der Widerspruch in den Ergebnissen nicht als wesentlich anzusehen ist. Vielmehr darf man in dem Umstande, daß die Einhaltung der Beziehung $l = 2{,}61\sqrt{\nu^2 - 1}$ jedenfalls zu den günstigsten Versuchsbedingungen führt, schon eine recht gute Bestätigung der Theorie erblicken.

(Eingegangen 13. Oktober 1915.)

1) P. Debye, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 777, 1913.
2) H. Rubens, Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 315, 1915.
3) Herr Debye hat mich darauf aufmerksam gemacht, daß sich dies auch zahlenmäßig aus den Rubensschen Beobachtungen folgern läßt.

Zur Theorie der β-Strahlen.

Von Hans Th. Wolff.

Den folgenden Betrachtungen liegt das Rutherfordsche Atommodell zugrunde. Nach Rutherford[1]) hat man zwischen den eigentlich primären, vom Atomkern ausgesandten β-Strahlen und denjenigen zu unterscheiden, deren Emission erst durch die γ-Strahlung des eigenen Atoms bewirkt wird und die uns als Gruppen von homogenen β-Strahlen entgegentreten. Die folgenden Überlegungen beziehen sich vornehmlich auf die erstere Art von β-Strahlen. Wir wollen uns vorstellen, daß ein Elektron, welches ein radioaktives Atom bei seinem Zerfall als β-Strahl aussendet, dessen positiven Kern mit großer Geschwindigkeit umkreist und sich hierbei in dessen nächster Umgebung befindet bzw. selbst als Bestandteil des Kernes anzusehen ist[2]). Es werde nach dem Vorgang von N. Bohr (l. c.) angenommen, daß auf eine Energieausstrahlung des Elektrons nicht Rücksicht zu nehmen ist. Im übrigen sollen die Gesetze der Mechanik und Elektrizitätstheorie als gültig vorausgesetzt werden. Damit sich das betrachtete Elektron in einem Gleichgewichtszustand befinde, muß seine Zentrifugalkraft entgegengesetzt gleich der elektrostatischen Anziehung des Kernes sein, wofern man die von den außerhalb desselben befindlichen Ladungen ausgeübten Kräfte sowie die ev. vorhandenen magnetischen Wirkungen vernachlässigt. Nennt man die Ladung des Elektrons $-\varepsilon$, seine transversale Masse m_t, das Verhältnis seiner Geschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit β, sowie den Radius seiner kreis-

1) E. Rutherford, Phil. Mag. **28**, 305, 1914.
2) Vgl. E. Rutherford, Handb. d. Radiologie **2**, 560ff.; N. Bohr, Phil. Mag. **27**. 1, 476 u. 857, 1913 (über Radioaktivität S. 500ff.) sowie H. Rausch v. Traubenberg, Gött. Nachr. 1915, S. 28 u. diese Zeitschr. **16**, 264, 1915.

förmigen Bahn r und hat der kugelförmig gedachte Kern (Kern und Bahn des Elektrons sollen denselben Mittelpunkt besitzen) die Ladung $n\varepsilon$, so muß demnach die Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{m_t c^2 \beta^2}{r} = \frac{n \varepsilon^2}{r^2}. \quad (c = \text{Lichtgeschwindigkeit.})$$

Hieraus folgt, wenn m die Ruhmasse des Elektrons bedeutet und dieses als punktförmig betrachtet werden darf:

$$\frac{m r c^2 \beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = n \varepsilon^2. \qquad (1)$$

Infolge einer Ursache, die hier nicht ergründet werden soll, kann es eintreten, daß das Elektron von seiner Kreisbahn abweicht und das Atom als β-Strahl verläßt. Hierbei wird es durch die Anziehung des Kernes jedenfalls mehr Energie verlieren, als es durch die Abstoßung der außerhalb dessen befindlichen negativen Ladungen gewinnt[1]). Die ev. stattfindenden Zusammenstöße des β-Strahlteilchens mit anderen Elektronen wollen wir hier außer Betracht lassen. Infolge der Anziehung des Kernes verliert das Elektron die Energie $E_p = \frac{n\varepsilon^2}{r}$. Es ist nun nach (1)

$$E_p = \frac{m c^2 \beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (2)$$

Die kinetische Energie des um den Atomkern kreisenden Elektrons hat nach dem Relativitätsprinzip die Größe[2]):

$$E_k = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \qquad (3)$$

Damit sich das Elektron bis ins Unendliche entfernen kann, muß ihm die Energie

$$E_p - E_k = mc^2 (1 - \sqrt{1-\beta^2}) \qquad (4)$$

zugeführt werden. Dieser Betrag nimmt mit wachsender Größe von β zu und nähert sich dem Werte mc^2, wenn β sich der 1 nähert. Zugleich wächst die gegen die Anziehung des Kernes zu leistende Arbeit E_p ins Unendliche. Da die Arbeit $E_p - E_k$, welche von den abstoßenden Kräften der außerhalb des Kernes befindlichen negativen Ladungen an dem β-Strahlteilchen geleistet werden muß, damit dieses im Unendlichen mit der Geschwindigkeit 0 ankommt, endlich bleibt, so verschwindet sie schließlich gegenüber der Energie E_p, welche zur Überwindung der Anziehung des Kernes aufzuwenden ist. Dieser Energiebetrag E_p wird somit zu einem immer größer werdenden Prozentsatz von der ursprünglichen kinetischen Energie des Elektrons bestritten, wenn β sich dem Werte 1 mehr und mehr nähert. Ist anderseits β klein gegen 1, so ist

$$E_p - E_k = \frac{1}{2} m c^2 \beta^2 = \frac{1}{2} E_p. \quad (\beta \text{ klein geg. } 1)$$

Um über die Größe von β und r Aufschluß zu erhalten, kann man die Hypothese von Bohr (l. c.) anwenden, nach welcher das Impulsmoment des Elektrons ($mc\beta r$) gleich $\frac{\tau h}{2\pi}$ (τ = ganze Zahl) sein muß. Dieses Verfahren schlägt Herr Rausch v. Traubenberg ein und erhält unter Benutzung der durch Gleichung (1) dargestellten Beziehung zwei Formeln[1]), die in unserer Schreibweise lauten:

$$c\beta = \frac{2\pi}{h} n \varepsilon^2, \quad r = \frac{n\varepsilon^2 \sqrt{1-\beta^2}}{mc^2\beta^2} = \frac{h^2 \sqrt{1-\beta^2}}{n \varepsilon^2 4 \pi^2 m}.$$

Indem er $n = 101$ setzt, findet er $r = 3{,}7 \cdot 10^{-11}$ cm, $c\beta = 2{,}2 \cdot 10^{10}$ cm sec^{-1}. Hiernach würde sich das β-Strahlteilchen nicht in unmittelbarer Nähe des Kernes befinden, denn nach Rutherford[2]) überschreitet dessen Radius bei Uran vermutlich nicht 10^{-12} cm. Soll dies jedoch der Fall sein, so muß n einen größeren Wert besitzen. Es ist denkbar, daß der Kern an seiner Oberfläche eine Anzahl (s) Elektronen trägt, die noch als zu ihm gehörig betrachtet werden müssen. Damit nun seine Gesamtladung den der Erfahrung entsprechenden Wert beibehält, muß n um s vergrößert werden. Zu $r = 10^{-12}$ cm gehört $\beta = 0{,}99967$. Es folgt dann $n = 139$. Da die so gefundene Ladung nicht unwahrscheinlich sein dürfte, erscheint die Anwendbarkeit der Hypothese Bohrs auf die in nächster Nähe des Atommittelpunktes befindlichen Elektronen nicht als ausgeschlossen. Bei einer genaueren Beurteilung der vorliegenden Frage sind die im übernächsten und dem auf ihn folgenden Abschnitt angestellten Erwägungen in Rücksicht zu ziehen.

Wir hatten oben gesehen, daß die kinetische Energie des Elektrons, welches den Atomkern umkreist, nicht ausreicht, dieses bis ins Unendliche zu entfernen. Weitere Energie wird dem Elektron von negativen Ladungen, die sich außerhalb seiner Bahn im Atom befinden oder sich

1) Dies nimmt auch Rutherford in dem oben erwähnten Handbuch an, während Rausch v. Traubenberg diese Geschwindigkeitseinbuße des Elektrons nicht berücksichtigt.

2) Siehe M. v. Laue „Das Relativitätsprinzip“, 1913, S. 170. Von dem in Gleichung (285) gegebenen Ausdruck für E ist der zu $q = 0$ (q = Geschwindigkeit) gehörige Wert von E, d. h. mc^2, abzuziehen.

1) l. c. S. 30, Gleichung (III) und (IV). τ ist gleich 1 gesetzt.

2) Oben erwähntes Handbuch, S. 560.

mit ihm auf gleicher Bahn bewegen, durch elektrostatische Abstoßung zugeführt. Es soll jetzt versucht werden, zu zeigen, daß jene genügt, die beobachteten β-Strahlengeschwindigkeiten zustande kommen zu lassen. Die wirksame negative Elektrizitätsmenge $-s\varepsilon$ befinde sich in der Entfernung ϱ vom Atommittelpunkte, etwa in Form von Elektronen, die auf einer Kreislinie vom Radius ϱ verteilt sind. Der Einfluß anders gelegener Elektronen soll außer Betracht bleiben. Die genannte Ladung besitzt im Atommittelpunkt das Potential $-\frac{s\varepsilon}{\varrho}$. Würde ein β-Strahlteilchen von diesem Punkte aus ins Unendliche gelangen, so erhielte es demnach die Energie $\frac{s\varepsilon^2}{\varrho}$ zugeführt. In Wirklichkeit hat man sich vorzustellen, daß jenes Teilchen sich anfänglich nicht im Atommittelpunkt befand, sondern auf einem Kreise, der um diesen mit dem Radius r geschlagen ist. Liegt dieser mit dem Kreise vom Radius ϱ in einer Ebene und sind r und ϱ wenig voneinander verschieden, so kann die genannte Energiemenge augenscheinlich wesentlich größere Werte annehmen. Dies können wir etwa aus der Tatsache erschließen, daß das elektrostatische Potential einer gleichmäßig mit Ladung belegten Kreislinie bei endlicher Gesamtladung auf ihr selbst unendlich groß ist. Von der gewonnenen Energie wird der Betrag $E_p - E_k$ (siehe (4)), welcher höchstens nahezu gleich $c^2 m$ ist (wenn β sich von 1 nur sehr wenig unterscheidet), zur Überwindung der Anziehung des Kernes verbraucht. Daher besitzt der β-Strahl schließlich mindestens die Energie $\frac{s\varepsilon^2}{\varrho} - c^2 m$, wofern er ohne sonstige Arbeitsleistung ins Unendliche gelangt. Nach Formel (3) wird er somit daselbst eine Geschwindigkeit $c\beta_1$ aufweisen, welche aus der Gleichung

$$c^2 m\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}} - 1\right) = \frac{s\varepsilon^2}{\varrho} - c^2 m$$

zu berechnen ist. Man findet:

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{\varrho c^2}{s\varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{m}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{\varrho^2}{s^2} \cdot 13 \cdot 10^{24}}. \quad (5)$$

Setzt man z. B. $\varrho = 1{,}5 \cdot 10^{-12}$ cm und $s = 10$, so ergibt sich $\beta_1 = 0{,}84$. Dies ist bereits eine beträchtliche β-Strahlgeschwindigkeit. Wie oben erwähnt, kann man sich vorstellen, daß der Atomkern an seiner Oberfäche eine größere Anzahl von Elektronen trägt, die noch als zu ihm gehörig zu betrachten sind. Ist deren Zahl z. B. 40 und $\varrho = 10^{-12}$ cm, so folgt $\beta_1 = 0{,}996$. Der größte beobachtete Wert von β_1 beträgt wohl 0,998[1]). Somit scheint im Rahmen der gegebenen Anschauungen auch der Ursprung der schnellsten β-Strahlen verständlich zu sein, da ja bei der vorgenommenen Berechnung ungünstige Voraussetzungen gemacht wurden. Ferner können noch die im folgenden erörterten Kraftwirkungen zu einer Erhöhung der Geschwindigkeit des β-Strahles beitragen.

Wenn die im letzten Abschnitt erwähnte Ladung $-s\varepsilon$ aus einem Ring von einer größeren Anzahl Elektronen besteht, dessen Radius dieselbe Größenordnung wie r besitzt, so dürfte es möglich sein, daß diese Ladung auf das β-Strahlelektron eine nach dem Atommittelpunkt gerichtete beträchtliche Kraft ausübt. Hierauf weist die oben angeführte Tatsache hin, daß das elektrostatische Potential einer mit endlicher Gesamtladung gleichmäßig belegten Kreislinie auf dieser unendlich groß ist. Der neuen Kraft muß bei unveränderter Kernladung durch eine Vergrößerung der Zentrifugalkraft des kreisenden Elektrons das Gleichgewicht gehalten werden. Somit wird jetzt ein β-Strahl von größerer Geschwindigkeit zur Beobachtung gelangen, als die bisherigen Betrachtungen ergeben hatten.

Es ist nicht außer acht zu lassen, daß man sich jedenfalls vorzustellen hat, daß die Elektronen, welche die betrachtete abstoßende Kraft auf das β-Strahlteilchen ausüben, sich in Bewegung befinden und sonach auch mit einer magnetischen Kraft auf dieses einwirken. Sind die Elektronen in einem Ring angeordnet, der mit der Bahn des β-Strahlelektrons in einer Ebene liegt, und umkreisen sie den Atomkern, so ist die magnetische Kraft nach dem Atommittelpunkt hin gerichtet, wenn das β-Strahlteilchen sich im entgegengesetzten Sinne bewegt wie die Ringelektronen, im umgekehrten Fall ist sie vom Mittelpunkt weg gerichtet. Im ersteren Fall ist einer im vorigen Abschnitt angestellten Überlegung zufolge die magnetische Kraft dem Auftreten höherer β Strahlgeschwindigkeiten günstig. Es erscheint nicht ausgeschlossen, daß die magnetische Wirkung von wesentlichem Einfluß sein kann. Es sei darauf hingewiesen, daß diese Kraft bei s Ringelektronen, die sich auf einem Kreis um den Atommittelpunkt vom Radius ϱ befinden, den Betrag $\frac{\beta\beta\, s\varepsilon^2}{\varrho^2}$ besitzt, wobei $c\beta$ die Geschwindigkeit des nahezu im Mittelpunkt gedachten β-Strahlelektrons und $c\beta$, diejenige der Ringelektronen bedeutet und vorausgesetzt wird, daß man die bewegten Ringelektronen als Kreisstrom ansehen darf, in dessen Ebene jenes Elektron seine

1) J. Danysz, Ann. chim. phys. **30**, 241, 1913.

Bahn beschreibt. Da dieses in Wirklichkeit den Abstand r vom Mittelpunkt aufweist, ist die Kraft größer, als wie der erwähnte Ausdruck angibt.

Von einer strengeren mathematischen Durchführung der hier entwickelten Anschauungen sehen wir ab, denn es sollten in diesen Zeilen nur einige Gesichtspunkte geboten werden, die vielleicht bei einer eingehenden Erklärung des Ursprunges der β-Strahlung radioaktiver Körper Verwendung finden können.

Zusammenfassung: In obigen Betrachtungen wird unter Verwendung des Rutherfordschen Atommodells angenommen, daß ein β-Strahlelektron vor seiner Aussendung den Atommittelpunkt mit großer Geschwindigkeit umkreist. Von einer Energieausstrahlung des Elektrons wird abgesehen, während im übrigen die Gesetze der Mechanik und Elektrizitätstheorie sowie auch das Relativitätsprinzip als gültig angenommen werden. Es wird eine Untersuchung der statthabenden Energieverhältnisse angestellt, wobei sich zeigt, daß die Arbeit, welche die von anderen im Atom befindlichen negativen Ladungen ausgeübten abstoßenden Kräfte an dem Elektron leisten, zur Erzeugung der schnellsten β-Strahlen zu genügen scheint. Die Anwendbarkeit des Bohrschen Prinzips von der Größe des Impulsmomentes auf die im Innersten des Atoms kreisenden Elektronen wird kurz erörtert.

Dresden, im Oktober 1915.

(Eingegangen 19. Oktober 1915.)

Über die Doppelbrechung des Vanadinpentoxydsols.

Von H. Dießelhorst und H. Freundlich.

Mit Tafel XIII.

In einer früheren Abhandlung[1]) war gezeigt worden, daß man vor allem im Vanadinpentoxydsol ein neues Urbild einer Flüssigkeit hat, die unter bestimmten Bedingungen anisotrop wird. Die in dem Sol enthaltenen V_2O_5-Teilchen sind langgestreckt, ja in manchen Solen geradezu stäbchenförmig, wie sich ultramikroskopisch nachweisen läßt. Sie können durch äußere Kräfte gerichtet werden: läßt man etwa das Sol in einem Kapillarrohr fließen, wobei sich infolge der Reibung Stromschichten von verschiedener Geschwindigkeit bilden, so stellen sich die Teilchen ihrer Länge nach in die Richtung der Stromlinien[1]) und ein Stück des fließenden Sols mit den gitterförmig angeordneten Teilchen verhält sich bezüglich seiner Doppelbrechung wie ein optisch einachsiger Kristall, dessen optische Achse der Längsachse der Teilchen parallel ist. Statt einer äußeren mechanischen Kraft kann auch eine elektrische oder magnetische auf die Teilchen richtend wirken.

Bisher waren im wesentlichen nur Versuche angestellt worden, bei denen die äußere Begrenzung des Sols so getroffen war, daß es sich wie eine parallel zur Achse ausgeschnittene Kristallplatte verhielt. Man ließ z. B. das V_2O_5-Sol lotrecht durch ein Rohr von rechteckigem Querschnitt strömen, während es senkrecht zur Flußrichtung von polarisiertem Licht durchsetzt wurde. Die Teilchen stellen sich unter diesen Versuchsbedingungen mit ihrer Längsachse lotrecht. Wie bei einer parallel zur Achse geschnittenen Platte eines einachsigen Kristalls blieb das Gesichtsfeld zwischen gekreuzten Nikols dunkel, wenn der elektrische Vektor des polarisierten Lichts senkrecht oder wagrecht war; es trat Aufhellung ein, wenn er unter einem Winkel stand, vor allem bei einem Winkel von 45°. Ähnlich war es bei den Versuchen im elektrischen und magnetischen Feld.

Es galt nun weitere Versuche anzustellen, bei denen man die Kristallplatte sozusagen senkrecht zur Achse geschnitten hatte, bei denen also Flußrichtung des Sols und Lichtrichtung einander parallel sind. Man hatte dann in erster Linie im konvergenten Licht das charakteristische Bild des Achsenkreuzes mit den konzentrischen Ringen zu erwarten. Schon in der früheren Mitteilung[2]) war kurz bemerkt worden, daß diese Versuche durchaus gelangen. Sie mögen zunächst im folgenden ausführlicher beschrieben werden.

1) Siehe Dießelhorst, Freundlich und Leonhardt, Elster-Geitel-Festschrift, S. 453, 1915.

1) Man darf dabei nicht an den Fall denken, daß sich ein gestreckter Körper durch eine ruhende Flüssigkeit bewegt, etwa ein Stückchen Draht oder Roßhaar durch Wasser fällt, wobei er sich seiner Länge nach senkrecht zur Bewegungsrichtung stellt. Es handelt sich vielmehr darum, daß sich der gestreckte Körper mit der Flüssigkeit bewegt, und in diesem Fall stellt er sich seiner Länge nach in die Richtung der Stromlinien. Denn da die Geschwindigkeit aneinander grenzender Stromschichten verschieden groß ist, so wird der eine Pol des etwa querstehenden Körpers, der in die schnellere Schicht hineinragt, von dieser mitgenommen, während der andere Pol in der langsameren Schicht zurückbleibt, d. h. der Körper stellt sich in die Richtung der Stromlinien. Diese Lage bleibt dann auch gegenüber kleinen Ablenkungen nach der entgegengesetzten Seite stabil. Man kann sich hiervon leicht überzeugen, wenn man Wasser in einem zylindrischen Gefäß in Wirbelbewegung versetzt und ein Stückchen dünnen Draht oder Roßhaar auf der Oberfläche schwimmen läßt.

2) Elster-Geitel-Festschrift, S. 478.

Es wurde ein Polarisationsapparat für konvergentes Licht benutzt, wie ihn die Mineralogen zu verwenden pflegen. *P* und *A* in Fig. 1 sollen Polarisator und Analysator desselben andeuten. An Stelle einer Kristallplatte wurde ein Satz von Glasplatten eingeschoben. Alle waren aus gut geschliffenem Spiegelglas. Die mittlere Platte hatte einen Durchmesser von

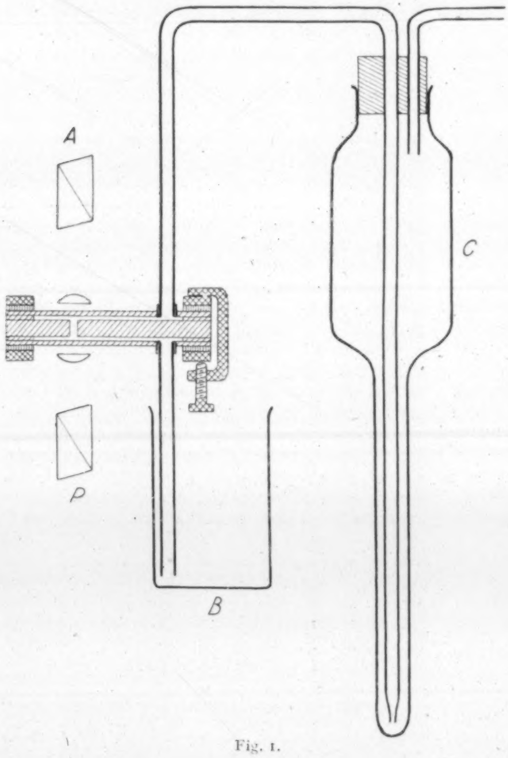

Fig. 1.

8 cm und eine Dicke von 5 mm. In ihr befand sich der Durchflußkanal, ein Loch von 2 mm Durchmesser, das glatt und sorgfältig gebohrt sein muß, damit nicht durch einen ungleichmäßigen, zackigen Rand die Regelmäßigkeit der Strömung und damit die Güte des Bildes gestört wird. Die beiden Deckplatten (8 cm Durchmesser und 1,5 mm dick) haben Löcher (8 mm Durchmesser), in die die Zu- und Abflußrohre mit kurzen Enden übergeschobenen Gummischlauches eingesetzt werden. Die Platten werden voneinander getrennt durch zwei Spiegelglasringe, die 1 mm dick und 10 mm breit sind. Der ganze Satz wird durch zwei Messingringe und fünf Klammern zusammengehalten; zwischen Glas und Messingringe sind Gummiringe eingeschoben. Sind die Glasplatten und -ringe gut geschliffen, so hält die Anordnung völlig dicht. Um ein gleichmäßiges und langdauerndes Fließen zu erreichen, verwandten wir eine Hebervorrichtung. Das Sol wurde aus dem Becherglas *B* durch die Rohre in den Glasplattensatz und das Gefäß *C* gesaugt. Durch Heben und Senken des letzteren — bei gelockertem Kork — ließ sich ein Fließen in der Richtung von *B* nach *C* und umgekehrt erreichen.

Bei ruhendem Sol ist das Gesichtsfeld zwischen gekreuzten Nikols dunkel. Läßt man das Sol fließen, so tritt das Achsenkreuz auf. Zu den Versuchen dienten zwei V_2O_5-Sole; ein konzentriertes, das 7,8 g V_2O_5 i. L. enthielt[1]) und ein verdünntes von 0,72 g i. L. Ersteres war ungefähr doppelt so zäh wie Wasser. Es gab bei unserer Versuchsanordnung ein Achsenkreuz mit zwei konzentrischen Ringen, deren Abstand durch die Fließgeschwindigkeit nur in mäßigen Grenzen beeinflußt werden konnte. Fig. 2[2]) stellt eine photographische Aufnahme dar. Das andere Sol war nur wenig zäher als Wasser. Entsprechend seinem geringeren V_2O_5-Gehalt war der Abstand der Ringe so groß, daß sie außerhalb des Gesichtsfeldes fielen, und man nur das Kreuz erhielt (siehe Fig. 3a). Aber dies gelang bloß bei mittleren und kleineren Geschwindigkeiten; bei größeren wurde die Bewegung unregelmäßig, wirbelnd und das Kreuz wurde stark verzerrt oder gar in schwarze Flecke aufgelöst.

Um diese Erscheinung zu sehen, kann man mit Tageslicht beleuchten.

1) Bei der Analyse wurde folgende hübsche Erscheinung beobachtet. Man muß zuerst das Sol mit Alkalilauge versetzen, um eine Lösung von Vanadat zu erhalten. Als man hierbei ziemlich konzentrierte KOH (33 proz.) verwandte, trat das ein, was man öfter schon bei chemischen Reaktionen in Solen beobachtet hat: die Koagulation geht rascher als der chemische Vorgang (siehe z. B. das Verhalten von Fe_2O_3-Sol gegen Säuren, Freundlich, Z. phys. Chem. **44**, 154, 1903). So kam es, daß Tropfen und Strahlen von KOH von koaguliertem V_2O_5 umhüllt, längere Zeit bestehen bleiben; verrührt man dann mit einem Glasstab, so tritt auch das Umgekehrte auf: linsenförmige Tropfen von rotem V_2O_5-Sol, von koaguliertem V_2O_5 umhüllt, lösen sich allmählich in der schwachgelben KOH-haltigen Vanadatlösung.

2) Die Figuren 2 und 3 befinden sich auf Tafel XIII.

Wichtig ist, daß man die Anordnung sorgfältig zentriert. Dies gilt noch in viel höherem Maße, wenn man die Bilder photographisch festlegen will. Es erwies sich dafür als zweckmäßig, den Polarisationsapparat auf ein Metalltischchen zu stellen, dessen Platte drehbar war und das durch Stellschrauben gerichtet werden konnte. Wir benutzten hierbei zur Beleuchtung eine Bogenlampe, deren Licht durch eine Linse gut parallel gerichtet war[1]). Auf den Polarisationsapparat war eine einfache hölzerne Kamera aufgepaßt. Um ein reelles Bild des Achsenkreuzes zu entwerfen, brauchte man nur das Okular genügend auszuziehen. Als photographische Platte benutzten wir J. Hauffs „Ultrarapid"; die Belichtungsdauer betrug 20″ bis 40″. Mit der genannten Platte erhielten wir härtere Bilder als mit einer rotempfindlichen Platte, die man bei der roten Farbe des Sols zunächst verwenden möchte.

Es wurde bei diesen Versuchen beobachtet, daß auch neben dem Durchflußloch zwischen gekreuzten Nikols ein schwarzes Kreuz beim Fließen der Flüssigkeit zu sehen war. Dies ist leicht zu verstehen: das Sol fließt radial von allen Seiten dem Loche zu, die Flußrichtung senkrecht zur Verbindungslinie des Nikols. Nun bleibt nach unseren Erfahrungen das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Flußlinien parallel und senkrecht zu dem elektrischen Vektor des polarisierten Lichtes stehen, es entsteht also eine kreuzförmige Figur.

Diese kreuzförmige Figur entspricht ihrer Entstehung nach vollkommen der von Kundt[2]) beschriebenen Doppelbrechung von Metallschichten, die man durch elektrisches Zerstäuben eines Drahtes auf Glasflächen erhalten kann. Man sieht bei diesen zwischen gekreuzten Nikols ein dunkles Kreuz; sein Mittelpunkt liegt dort, wo die Spitze der zerstäubenden Kathode dem Glas am nächsten ist, die Arme des Kreuzes fallen mit den Schwingungsrichtungen des Lichtes in den beiden Nikols zusammen. Kundt vermag die Erscheinung nicht anders zu erklären, als daß die zerstäubten Metallteilchen bzw. -moleküle sich aus irgend einem Grunde in regelmäßiger Weise radial zur zerstäubenden Metallspitze auf der Unterlage anordnen. Der Grund ist nach ihm wahrscheinlich der, daß „jedes fortgeschleuderte Molekül mit Elektrizität geladen ist. Ist die Anordnung der Elektrizität auf dem Molekül infolge der Gestalt desselben oder aus irgend einem anderen Grunde nicht eine allseitig gleiche, so wird durch die Elektrizität der Kathode jedes Molekül während seiner Bewegung gerichtet werden, und alle Moleküle werden auf der Glasplatte in einer bestimmten Weise orientiert sich absetzen[1])". Auch hier also eine regelmäßige radiale Anordnung der Teilchen um einen Mittelpunkt, wie sich bei dem oben beschriebenen Fließversuch die V_2O_5-Teilchen radial zum Flußloch anordnen. Bemerkenswert ist ferner das Zurückgreifen auf eine bestimmte Gestalt der Moleküle.

Auch der Dichroismus des Soles machte sich deutlich bemerkbar, wenn man die radial dem Loche zufließenden Stromlinien nur mit einem Nikol betrachtete: zwei einander gegenüberstehende Arme eines Kreuzes erschienen dann rötlich, die zwei dazu senkrecht stehenden Arme gelblichgrün, wobei die Erscheinung durch Kontrastwirkung wohl noch verstärkt wird. Es entspricht dies eben ganz der früher beschriebenen Tatsache[2]), daß, wenn der elektrische Vektor des polarisierten Lichtes senkrecht zur Stromrichtung, also zur Längsachse der V_2O_5-Teilchen steht, das durchgehende Licht mehr grün enthält, dagegen röter ist, wenn der elektrische Vektor parallel zur Stromrichtung steht. Die Erscheinung war bei dem verdünnteren Sol besonders auffallend.

Man kann nun weiter mit dieser Versuchsanordnung feststellen, ob das fließende V_2O_5-Sol den Charakter eines positiv oder negativ einachsigen Kristalls hat. Bekanntlich benutzt man zur Entscheidung dieser Frage eine Viertelwellen-Glimmerplatte, die man auf die zu untersuchende Kristallplatte so auflegt, daß ihre (in Fig. 3b durch eine Linie angedeutete) optische Achsenebene um 45° gegen die Hauptebenen des Polarisationsapparates gedreht ist. Das Achsenkreuz zerfällt dann in zwei schwarze Flecken, die bei einem positiven Kristall rechts und links von der optischen Achsenebene der Glimmerplatte liegen; bei einem negativen liegen sie in dieser Ebene. Bei unserem Sol braucht man nur, während durch das Fließen das Achsenkreuz erzeugt wird, eine Viertelwellen-Glimmerplatte einzuschieben. Die Veränderung in der Figur war dann bei dem konzentrierten Sol zu klein, als das man sie mit wünschenswerter Schärfe erkennen konnte, beim verdünnten bekam man aber, wie Fig. 3b zeigt, sehr deutlich das für einen positiv einachsigen Kristall geltende Bild. Das heißt also: der ordentliche Strahl, der (mit seinem elektrischen Vektor) senkrecht zur optischen Achse, also senkrecht zur Längsachse der Teilchen schwingt,

1) Wir benutzten eine selbstregulierende Bogenlampe, die sonst für das Beleuchten beim Kardioid-Ultramikroskop diente.

2) Wied. Ann. **27**, 59, 1886.

1) Wied. Ann. **27**, 68, 1886.

2) Elster-Geitel-Festschrift, S. 460.

pflanzt sich schneller fort als der außerordentliche Strahl, der parallel der Längsachse der Teilchen schwingt.

Man kann nun die positive Doppelbrechung noch in einer sehr unmittelbaren Weise zeigen. Läßt man das Sol durch ein Rohr mit dreieckigem Querschnitt fließen, und benutzt dies als Prisma für eine Spektrallinie, so wird die Linie beim Fließen des Sols in zwei Linien gespalten, die entgegengesetzt polarisiert sind, und zwar schwingt die stärker gebrochene parallel der Flußrichtung und damit zu der Längsachse der Teilchen; es ist also der außerordentliche Strahl, der stärker gebrochen wird und sich demgemäß langsamer fortpflanzt als der ordentliche. Die Versuchsanordnung war folgendermaßen: ein mit Wasserstoff gefülltes Spektralrohr befindet sich unmittelbar vor dem Spalt des Spaltrohrs von einem Spektralapparat; das Licht fällt dann durch das prismatische Rohr —, der Querschnitt war ein gleichseitiges Dreieck mit der inneren Kantenlänge von 3 mm — durch das das Sol fließt, und dann in das Fernrohr des Spektralapparats. Bei der tiefroten Farbe des konzentrierten Sols, um das es sich zunächst handelt, geht nur die rote Wasserstofflinie hindurch. Solange die Flüssigkeit in Ruhe ist, sieht man nur eine Linie, die nicht ganz scharf, sondern etwas verschwommen ist. Beim Fließen wird die Linie glatt in zwei scharfe Linien gespalten, die, wie schon erwähnt, entgegengesetzt polarisiert sind; der Unterschied in der Brechbarkeit war etwa ein Drittel so groß wie die Verschiedenheit der Brechbarkeit der roten und der grünen Wasserstofflinie durch Wasser. Nahm man das verdünntere Sol, so war die Wasserstofflinie bei ruhender Flüssigkeit völlig scharf, durch das Fließen trat eine sehr deutliche Verbreiterung ein, aber die Aufspaltung in zwei Linien war nicht mehr zu beobachten.

Wie in der früheren Abhandlung mitgeteilt wurde[1]), werden die beiden Strahlen vom fließenden Sol verschieden stark absorbiert, und zwar wird der außerordentliche Strahl, der parallel zur Längsachse der Teilchen schwingt, stärker absorbiert, als der senkrecht zur Längsachse schwingende ordentliche Strahl. Das Sol verhält sich also umgekehrt wie der Turmalin, bei dem der ordentliche Strahl stark absorbiert wird. Es ist dies nun durchaus im Einklang mit der sogenannten Regel von Babinet. Nach dieser wird in absorbierenden, doppelbrechenden Medien derjenige Strahl stärker absorbiert, der sich langsamer fortpflanzt. Beim positiv einachsigen, fließenden V_2O_5-Sol ist das der außerordentliche Strahl, beim negativ einachsigen Turmalin der ordentliche.

1) Elster-Geitel-Festschrift, S. 459—463.

Genau dieselben Erscheinungen ließen sich an dem alten, aktiven Eisenhydroxydsol beobachten, das nach den früheren Versuchen[1]) so stark das Phänomen von Majorana gezeigt hatte; es enthielt übrigens, wie jetzt festgestellt wurde, 49,4 g Fe_2O_3 i. L. Allerdings machte sich wieder die Tatsache geltend, die schon früher[2]) berührt wurde, daß nämlich die Teilchen des Fe_2O_3-Sols lange nicht so leicht durch das Fließen gerichtet werden, wie die des V_2O_5-Sols, während sie gegenüber dem Einfluß das Magnetfeldes empfindlicher sind. Das Achsenkreuz ließ sich wohl unter genau denselben Versuchsbedingungen wie oben ohne jede Schwierigkeit mit dem erwähnten, recht konzentrierten Sol erhalten. Verdünnt man aber das Sol auf das Zehn- und Mehrfache, um wie früher mit Hilfe der Viertelwellen-Glimmerplatte den Sinn der Doppelbrechung zu entscheiden, so gelang es zunächst unter den gewöhnlichen Bedingungen des Fließens nicht das Achsenkreuz zu erzielen; man mußte etwa durch Blasen oder Saugen die Fließgeschwindigkeit noch merklich erhöhen, um ein Kreuz zu erhalten; das war aber dann infolge der unter diesen Umständen auftretenden Wirbel verdreht und verzerrt. Die Entscheidung bezüglich des Sinns der Doppelbrechung ließ sich deshalb so nicht sicher treffen.

Dies gelang aber mit Versuchen, bei denen das konzentrierte Fe_2O_3-Sol durch das dreieckig-prismatische Rohr ausfloß. Wohl war die Wirkung auch hier sehr viel schwächer als beim V_2O_5-Sol. Denn bei diesem konzentrierten Sol trat keine Aufspaltung der roten Wasserstofflinie in zwei Linien ein, sondern nur eine sehr deutliche Verbreiterung. Man konnte aber, wenn man die verbreiterte Linie durch ein Nikol betrachtete, eindeutig erkennen, daß die stärker abgelenkte Seite der Linie ihre elektrischen Schwingungen parallel zur Längsachse der Teilchen ausführte. Der außerordentliche Strahl wird also stärker gebrochen, er pflanzt sich langsamer fort, das fließende Fe_2O_3-Sol ist positiv einachsig. Verwandte man stärker verdünnte Sole, so ließ sich keine Verbreiterung der Linie mehr beobachten[3]).

Es wurde schon in der früheren Abhand-

1) Elster-Geitel-Festschrift, S. 469.
2) Elster-Geitel-Festschrift, S. 470.
3) Auch bei einem Wolframsäuresol, bei dem schon Lottermoser (van Bemmelen-Gedenkbuch, S. 154, 1910) einen seidenartigen Glanz beim Umschütteln beschreibt, wie wir ihn beim V_2O_5-Sol beobachtet hätten, konnten wir eine ähnliche Doppelbrechung wie bei diesem nachweisen.

lung eingehend erörtert[1]), wie groß die Ähnlichkeit zwischen dem V_2O_5-Sol und den anisotropen Schmelzen, den sogenannten flüssigen Kristallen ist. Dabei ergab sich, daß jedenfalls die in letzteren nach der Vorländer-Boseschen Theorie anzunehmenden Schwärme den langgestreckten V_2O_5-Teilchen weitgehend ähneln; daß aber Unterschiede insofern zu erwarten sind, als die anisotropen Schmelzen einphasig sind, das V_2O_5-Sol dagegen zweiphasig. Damit hängt der bisher noch nicht erwähnte Unterschied zusammen, daß die flüssigen Kristalle den bekannten scharfen Übergangspunkt zeigen bei der Umwandlung der anisotropen Schmelze in die isotrope, während etwas derartiges bei dem zweiphasigen V_2O_5-Sol natürlich nicht zu beobachten ist. Man könnte vielleicht eine ähnliche Erscheinung erhalten, wenn etwa die V_2O_5-Teilchen sich beim Erwärmen vollständig im Wasser lösten; dazu ist aber ihre Löslichkeit viel zu gering. Die recht verdünnte echte Lösung[2]) des V_2O_5 zeigt keine Doppelbrechung.

Die Ähnlichkeit zwischen den Schwärmen der anisotropen Schmelzen und den Teilchen des V_2O_5-Sols äußerte sich bisher vor allem in ihrem Verhalten gegenüber dem elektrischen Strom und im Magnetfeld. Versuche, die Schwärme durch Fließen zu richten, lagen bisher noch nicht vor. Wir versuchten bei der Schmelze des *p*-Azoxyanisols dieselben Experimente anzustellen, wie früher beim V_2O_5-Sol, d. h. sie zwischen gekreuzten Nikols durch ein Rohr von rechteckigem Querschnitt fließen zu lassen. Das Ausflußrohr einer Pipette war auf eine kurze Strecke — etwa 1 cm — flach gedrückt, die Pipette mit diesem ganzen Rohrstück befand sich in einem Mantel, der durch den Dampf von Amylalkohol oder Xylol genügend hoch erhitzt werden konnte. Es gelang aber nicht, die Versuche in dieser Weise durchzuführen; die Schmelze ist so zäh, daß sie als Ganzes durchzurutschen geneigt ist.

Wohl aber sprechen nachfolgende Versuche dafür, daß man auch diese Schwärme mechanisch richten kann. Man schmilzt *p*-Azoxyanisol — mit demselben Erfolg geht es bei *p*-Azoxyphenetol und vor allem bei Gemischen beider — zwischen zwei Glasstreifen und schiebt diese mehrfach regelmäßig — etwa mittels einer Führung — hin und her, wenn man sich im Temperaturgebiet der anisotropen Phase befindet. Bringt man dann — noch immer im erwähnten Temperaturgebiet — die Glasstreifen zwischen gekreuzte Nikols und dreht um die Verbindungslinie der Nikols als Achse, so tritt eine kräftige Aufhellung von großen Placken der Schmelze ein, wenn die Führungsrichtung sich unter einem Winkel von 45° gegen die Hauptebenen der Nikols befindet, während dieselben Placken dunkel werden, wenn die Führungsrichtung in eine der Hauptebenen der Nikols fällt. Dies spricht mit Entschiedenheit dafür, daß in den Placken Schwärme vorhanden sind, die durch das Hin- und Herschieben parallel (oder auch senkrecht?) zur Führungsrichtung der Streifen gerichtet worden sind. Natürlich ist es grundsätzlich ganz gleichgültig, ob man die Schwingungsebene der Nikols unverändert läßt und die gerichteten Schwärme dreht, oder, wie das beim V_2O_5-Sol meist geschah, die Flußrichtung konstant hält und die Nikols dreht.

Es sei hier ausdrücklich betont, daß dieser Versuch nur gelingt, wenn man sich im Temperaturgebiet der anisotropen Schmelze befindet; im Gebiet der isotropen Schmelze gelingt es in keiner Weise mechanisch die Moleküle zu richten, also eine Doppelbrechung zu erzeugen. Dies gilt nach den bisherigen Erfahrungen wohl auch allgemein: die magnetischen und elektrischen Kräfte wirken nur auf die Molekülschwärme der anisotropen Schmelzen, nicht auf die einzelnen Moleküle richtend.

Zum Schluß sei ein theoretischer Punkt noch kurz besprochen. Die Erscheinungen am V_2O_5-Sol drängen einem die Frage auf: sind die V_2O_5-Teilchen amorph oder kristallinisch, und wie steht es überhaupt mit diesen Begriffen? Wüßte man nichts vom optischen Verhalten und vom ultramikroskopischen Bild des genannten Sols, so würde, wie früher[1]) schon hervorgehoben wurde, niemand daran zweifeln, daß die Teilchen amorph sind: ein etwas konzentrierteres Sol erstarrt beim Koagulieren zu einem Gel, ein verdünnteres gibt große Flocken, beim Eintrocknen erhält man schöne, zusammenhängende, durchscheinende Häute, oder gröbere Massen von muscheligem Bruch. Das Sol gleicht eben durchaus anderen Solen, etwa denen des $Al(OH)_3$ oder der Kieselsäure, bei denen man wohl bisher immer amorphe Teilchen annahm, keine Kristalle. Nun sind aber die V_2O_5-Teilchen länglich, und dies steht im Widerspruch mit dem Begriff des Amorphen: der amorphe Stoff sollte isotrop sein, keine Richtung dürfte bevorzugt sein.

Man hat nun verschiedene Möglichkeiten, sich diesem Widerspruch zu entziehen. Es würde die einfachste Auffassung sein, den Unterschied zwischen amorph und kristallinisch über-

1) Elster-Geitel-Festschrift, S. 471—475.
2) Siehe Freundlich u. Leonhardt, Kolloidchem. Beihefte 7, 191ff., 1915.

1) Elster-Geitel-Festschrift, S. 456, 474.

haupt fallen zu lassen; die Moleküle könnte man als anisotrop betrachten, und ein einzelnes Molekül wäre schon die kleinste Kristalleinheit. Dies entspräche der Anschauung von v. Weinarn, der ja alle feste Stoffe schlechtweg als mikrokristallin ansieht. Wir besitzen nun in der Tat keine scharfen Kennzeichen, um amorph und kristallinisch voneinander zu unterscheiden, so daß man vorerst etwas zwingendes gegen diese Anschauung nicht vorbringen kann.

Wir neigen mehr einer anderen Möglichkeit zu. Es spricht doch zu viel dafür, daß ein amorpher Zustand im eigentlichen Sinne vorhanden ist, und daß er sich im Grenzfall grundlegend vom kristallinischen Zustand unterscheidet[1]). Bezüglich des letzteren hat man ja seit der Entdeckung der Röntgenstrahlenspektrogramme durch Laue weitgehend Klarheit gewonnen. Man weiß vor allem, daß die Atome die Punkte des Raumgitters besetzen und daß der Verband, der die Atome im Molekül zusammenhielt, weitgehend gelöst ist[2]). Die Entstehung eines Kristalls aus einer Schmelze oder Lösung bedeutet also eine ziemlich eingreifende Umwälzung, und damit steht die zweifellos vorhandene Schwierigkeit der Kristallbildung im Einklang, die Erscheinungen der Übersättigung, Keimwirkung u. a. m. In den Gasen und Flüssigkeiten haben wir andererseits durchaus amorphe Gebilde: Moleküle die sich regellos durcheinander bewegen, gleichfalls eine Anschauung, die nach unseren Kenntnissen der Brownschen Bewegung und anderer Erscheinungen als nicht mehr hypothetisch anzusehen ist. Die Gläser wird man nun jedenfalls als sehr zähe Flüssigkeiten annehmen dürfen, also als amorph-fest: regellose Lagerung der Moleküle wie in einer Flüssigkeit, ohne daß die Atome der betreffenden Moleküle in die Punkte des Raumgitters einspringen[3]). Aber auch die Abscheidungen vieler fester Stoffe aus Lösungen u. dergl. wird man als amorph-fest betrachten wollen. Dafür spricht vor allem die Ostwaldsche Stufenregel: es bildet sich nicht zuerst der beständige Kristall, sondern die unbeständige unterkühlte Flüssigkeit, die eben unter Umständen so zäh ist, daß man sie amorph-fest nennen muß. Die in den Solen vorhandenen Teilchen haben sich fast durchweg unter diesen Bedingungen gebildet.

1) Man denke z. B. daran, daß nach Eucken (Ann. d. Phys. **34**, 185, 1911) die Wärmeleitfähigkeit von Kristallen bei tiefen Temperaturen stark zunimmt, während die der Gläser abnimmt.

2) Siehe hierüber z. B. Groth, Ber. d. deutsch. Chem. Gesellsch. **47**, 2063; 1914.

3) Es wird durch diese Definition also „amorph" in Gegensatz gestellt zu „kristallinisch" und nicht ohne weiteres mit dem Begriff „isotrop" gleich gesetzt.

Bei dieser Anschauung tritt nun die Frage auf: wie kann bei einem amorph-festen Stoffe die Anisotropie entstehen, die bei den langgestreckten Kolloidteilchen zweifellos in der Gestalt sich äußert?

In der Regel werden die amorph-festen Stoffe durchaus isotrop sein, da ihre Moleküle ganz ungeregelt liegen. Aber es lassen sich auch unter Umständen bestimmt gerichtete Gebilde voraussehen. Man braucht nur z. B. anzunehmen, daß sich die Moleküle des betreffenden Stoffes durch eine charakteristische Gestalt auszeichnen, daß sie etwa wie die Moleküle der flüssigen Kristalle nach der Vorländer-Boseschen Theorie langgestreckt sind und daher die Neigung haben, zu Schwärmen von gleichgerichteten Molekülen zusammenzutreten[1]). Derartige Schwärme gerichteter Moleküle könnten, wenn sehr zäh, amorph-feste Stoffe mit bestimmten bevorzugten Richtungen bilden, ohne daß man schon anzunehmen braucht, daß die Atome die Raumgitterpunkte besetzen, daß wir also den richtigen Kristallbau haben. Man könnte also die länglichen Teilchen des V_2O_5-Sols vergleichen mit glasig erstarrten Schwärmen eines flüssigen Kristalls. Leider hat man zurzeit noch nicht die Mittel, um diese Anschauung zu prüfen, aber man wird vielleicht mit ihrer Möglichkeit rechnen müssen. Amorph-fest und doch nicht isotrop wäre dann kein Widerspruch. Für den kristallinischen Bau wäre kennzeichnend, daß die Atome die Raumgitterpunkte besetzen.

Als diese Betrachtung schon niedergeschrieben war, wurden wir auf eine eben erschienene Abhandlung von Groth[2]) aufmerksam, in der er wesentlich zum gleichen Ergebnis kommt. Auch er setzt voraus, daß die Moleküle amorpher Stoffe anisotrop sind. Dies bedingt, daß sie — mag ihre Anordnung auch zunächst durchaus regellos sein — bei genügender gegenseitiger Annäherung richtend aufeinander wirken, also eine bestimmte, z. B. parallele Lagerung anstreben. Auch amorphe Stoffe müßten also anisotrop sein können, und wenn sie es im allgemeinen in so geringem Grade sind, so rührt dies wohl daher, daß ihr Molekulargewicht sehr groß ist, und daß die Anisotropie großer Moleküle in der Regel geringer sein wird. Groth erwartet also von vornherein eine Anisotropie amorpher Stoffe und sucht eine Erklärung dafür, daß man sie bisher so selten gefunden hat. Unser Fall des V_2O_5-Sols kann demgemäß geradezu als Bestätigung der Grothschen Auffassung gelten,

1) Daß diese Schwärme sich zu langgestreckten Stäbchen ausbilden, hängt vielleicht damit zusammen, daß man nach Debye (diese Zeitschr. **13**, 97, 1912) die Moleküle zweckmäßig als elektrische Dipole auffaßt.

2) Zeitschr. f. Krystallogr. **54**, 498, 1915.

als Beispiel eines amorphen Stoffes, bei dem die Anisotropie der Moleküle so ausgesprochen ist, daß auch der amorphe Stoff selbst anisotrop wird.

Zusammenfassung.

1. Läßt man das Vanadinpentoxydsol zwischen gekreuzten Nikols im konvergenten Licht parallel zur Verbindungslinie der Nikols fließen, so erhält man das Achsenkreuz mit den konzentrischen Ringen.

2. Mit Hilfe einer Viertelwellen-Glimmerplatte konnte nachgewiesen werden, daß das fließende V_2O_5-Sol sich wie ein positiv einachsiger Kristall verhält.

3. Wenn das V_2O_5-Sol durch ein prismatisches Rohr von dreieckigem Querschnitt fließt, und man dieses als Prisma zur Zerlegung von Spektrallinien benutzt, so wird beim Fließen eines konzentrierten V_2O_5-Sols die rote Wasserstofflinie in zwei entgegengesetzt polarisierte Linien aufgespalten; entsprechend einer positiven Doppelbrechung wird der außerordentliche Strahl stärker gebrochen, d. h. derjenige, dessen elektrischer Vektor parallel zur Flußrichtung und damit zur Längsachse der Teilchen schwingt. Bei einem verdünnten V_2O_5-Sol beobachtet man beim Fließen nur eine Verbreiterung der Linie.

4. Nach früheren Beobachtungen wird der außerordentliche Strahl vom fließenden V_2O_5-Sol auch stärker absorbiert als der ordentliche. Es steht dies im Einklang mit der sogenannten Regel von Babinet, nach der in gefärbten doppelbrechenden Medien derjenige Strahl stärker absorbiert wird, der sich langsamer fortpflanzt, also stärker gebrochen wird.

5. Die unter 1 und 3 beschriebenen Erscheinungen ließen sich auch bei einem alten Eisenhydroxydsol nachweisen, das sich, wie früher erwähnt, durchaus wie das V_2O_5-Sol verhielt. Nur waren die Wirkungen durchweg merklich schwächer.

6. Die Ähnlichkeit zwischen den Schwärmen der anisotropen Schmelzen und den V_2O_5-Teilchen wurde schon an anderer Stelle erörtert. Es ließ sich danach erwarten, daß sich auch die erwähnten Schwärme durch mechanische Mittel würden richten lassen. Dies ist in der Tat der Fall, wenn man z. B. die anisotrope Phase von *p*-Azoxyanisol oder *p*-Azoxyphenetol oder von Gemischen beider zwischen zwei Glasplatten hin- und herschiebt.

7. Es wird die Möglichkeit erörtert, daß ein amorph-fester Stoff nicht isotrop ist, sondern sich in bestimmten Richtungen bevorzugt ausbildet. Man hätte gewissermaßen sehr zähe, glasig erstarrte Molekülschwärme, wie die der anisotropen Schmelzen, aber keine richtigen Kristalle, bei denen die Atome die Punkte des Raumgitters besetzt haben.

Braunschweig, Physikal. und Physik.-chem. Institut d. H. Techn. Hochschule.

(Eingegangen 6. November 1915.)

BESPRECHUNGEN.

H. Sieveking, Moderne Probleme der Physik. Vorträge. gr. 8. VII u. 146 S. mit 21 Abbildungen. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1914. Geh. M. 4.50, geb. M. 5.50

Das Buch enthält die neuen Fortschritte auf dem Gebiet der Elektronentheorie, der Radioaktivität, der Röntgenstrahlen, der Elektrodynamik, des Relativitätsprinzips und der Thermodynamik. Bei dem geringen Umfange kann es natürlich auf Vollständigkeit keinen Anspruch machen. Immerhin gelingt es dem Verfasser, den Leser auch mit den neuesten Errungenschaften und Fragestellungen der modernen Atomistik und Elektrodynamik bekannt zu machen. So möchte ich vollständige Fajanssche Tabellen der radioaktiven Substanzen hervorheben.

Eine größere Präzision des Ausdrucks wäre auf Seite 127 wünschenswert gewesen, wo die Abszissen in der betreffenden Figur offenbar nicht die Geschwindigkeiten der Atome eines Grammatoms, sondern die Anzahl der Atome bezeichnen, deren Energie einen bestimmten Wert darstellt.

Das Buch mit guten Figuren versehen ist anregend geschrieben und dürfte als kurze Einführung in die behandelten Gebiete geeignet erscheinen.

H. Rausch von Traubenberg.

Konrad Fuß u. Georg Hensold, Lehrbuch der Physik für den Schul- und Selbstunterricht. Mit zahlreichen Schülerübungen, vielen Rechenaufgaben, einer Spektraltafel in Farbendruck und 400 Textbildern. gr. 8. 11. und 12. verbesserte Auflage. Gekürzte Ausgabe. gr. 8. XX u. 447 S. Freiburg i. Breisgau, Herdersche Verlagshandlung. 1913. Geheftet M. 5.—, gebunden M. 5.70.

Über die größere Ausgabe dieses Buches ist vor einiger Zeit (diese Zeitschr. **14**, 662, 1913, bzw. **10**, 327, 1909) berichtet worden. Von ihr unterscheidet sich die vorliegende Ausgabe durch Weglassung einiger schwierigerer oder weniger wichtiger Abschnitte. Neu eingefügt sind Anleitungen zu Schülerübungen. Daß das Ergebnis hier meist vorweg angegeben ist, er-

scheint nicht besonders glücklich. Manche der angegebenen einfachen Freihandversuche verdienen wohl kaum den Namen „Schülerübung". Eine solche muß in der Regel, wenn sie Wert haben soll, aus einer Reihe zusammenhängender Beobachtungen bestehen. Bei anderen Übungen müßte, wenn sie überhaupt im Lehrbuch Aufnahme finden sollen, die Anleitung ausführlicher sein. Diese Neuerung des Buches ist jedenfalls verbesserungsbedürftig, wenn sie beibehalten werden soll. Im übrigen kann auf die frühere Besprechung verwiesen werden. Kochan.

O. D. Chwolson, Traité de Physique. Ouvrage traduit sur les éditions russe et allemande par E. Davaux. Edition revue et considérablement augmentée par l'auteur, suivie de notes sur la Physique théorique par E. Cosserat et F. Cosserat. Tome Cinquième. Premier Fascicule: Champ magnétique variable. Avec 36 figures dans le texte. Lex. 8. VI u. 266 S. Paris, A. Hermann et fils. 1914. Fr. 9.—[1])

Wiederum liegt eine weitere Lieferung des Chwolsonschen Werkes vor. Sie ist dem variablen Magnetfelde gewidmet und behandelt nach einer Einleitung die Induktion, die Maxwellsche Theorie, die Grundlagen der Elektronentheorie und das Relativitätsprinzip. Da über den Wert des Werkes Meinungsverschiedenheiten wohl kaum bestehen dürften, genügt es, auf das Erscheinen dieser Lieferung hinzuweisen.

1) Siehe diese Zeitschr. **8**, 159, 663, 1907; **10**, 495, 1909; **14**, 851, 1913; **15**, 646, 1914.

Iklé.

E. Jochmann u. O. Hermes, Grundriß der Experimentalphysik und Elemente der Chemie, sowie der Astronomie und mathematischen Geographie. Zum Gebrauch beim Unterricht auf höheren Lehranstalten und zum Selbststudium. 18. Auflage von P. Spies. gr. 8. XVI u. 455 S. mit 537 Figuren, 8 (6 farbigen) Tafeln, 2 Sternkarten und 8 Tabellen. Berlin, Winckelmann & Söhne. 1914. Gebunden M. 5.50

Das alte bekannte Lehrbuch von Jochmann-Hermes hat in den beiden letzten Auflagen eine Neubearbeitung durch Spies erfahren. Vieles aus den älteren Auflagen, besonders längere mathematische Herleitungen und weniger wichtige Abschnitte, haben neuem Stoff Platz machen müssen. So finden eingehendere Erwähnung unter anderem Neuen die Strahlungsgesetze und der zweite Hauptsatz der Wärmelehre, Gebiete, die Bücher ähnlicher Art über Gebühr kurz abtun, ferner die Wienerschen stehenden optischen Wellen und die Interferenz der Röntgenstrahlen. Mehr als früher betont sind auch die technischen Anwendungen der Physik.

Das Buch soll wie bisher dem Schulunterricht und dem Selbststudium dienen, stellt demnach etwa ein Mittelding zwischen den meist üblichen Schulbüchern und einem Werke von der Art des Grimsehlschen dar. Daher ist auch ebensowenig wie bisher eine Trennung in Ober- und Unterstufe vorgenommen, nur im Buche selbst angedeutet. Dagegen fällt die schärfere Gliederung als wesentliche Verbesserung auf. Trotzdem bleibt die Darstellung zusammenhängend, um dem Leser nicht bloß ein Wiederholungsbuch mit Stichworten zu sein, sondern ein selbständiges Studium zu ermöglichen, also auch dem Schüler ein Nachschlagebuch zu sein für das, was der Unterricht nicht gebracht hat. Bei dieser Gelegenheit erinnert sich der Berichter wieder mit Vergnügen an die mannigfache Anregung, die er als Primaner von dem alten „Jochmann" gehabt hat.

Auf Verwendung der höheren Mathematik wird verzichtet, statt eingehender theoretischer Behandlung, die ohne größere oder höhere Rechnung nicht durchführbar erscheint, werden geschickt entsprechende ähnliche Erscheinungen, die sich leichter übersehen und deuten lassen, zur Erklärung herangezogen, ohne daß aber der Leser über das Unzulängliche solcher Erklärungen im Zweifel gelassen wird.

So ist es möglich gewesen, einen reichen Inhalt bei verhältnismäßig geringem Umfang zu bieten. Beigegeben sind 2 Anhänge, über Einführung in die Chemie und Astronomie. In seiner neuen Gestalt wird das Buch sicher viel neue Freunde gewinnen.

Kochan.

Vito Volterra, Drei Vorlesungen über neuere Fortschritte der mathematischen Physik. Gehalten im September 1909 an der Clark-University. Mit Zusätzen und Ergänzungen des Verfassers deutsch von Ernst Lamla. gr. 8. IV u. 86 S. Mit 19 Figuren und 2 Tafeln. Leipzig, B. G. Teubner. 1914. M. 3.—

Die italienischen Mathematiker haben sich an den neuen mathematischen Aufgaben, die durch das rasche Aufblühen der Atomistik entstanden sind, wenig beteiligt, dafür aber die klassische Richtung der mathematischen Physik kultiviert und darin manchen großen Fortschritt erzielt. Auch die Vorlesungen Volterras gehören in diese Richtung; der Titel meint nicht die neueren Fortschritte in der Behandlung molekularer Wechselwirkungen oder statistisch-physikalischer Erscheinungen, sondern rein mathematische Resultate über die Lösungsmethoden der partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik und über die Formulierung gewisser Vorgänge, die die klassische Zeit unberücksichtigt ließ, wie die Nachwirkungserscheinungen.

Das Buch zerfällt in drei Teile, die „Vorlesungen" betitelt sind; der Umfang jedes Teiles übersteigt aber, wie mir scheint, trotz knapper Darstellung bei weitem das, was ein noch so fähiges Auditorium in einer Vorlesung aufzunehmen vermag.

Der erste Teil enthält im wesentlichen Betrachtungen über Elektrodynamik. Zuerst werden die Maxwellschen Gleichungen als Spezialfall aus einem Variationsprinzipe abgeleitet, welches so allgemein gewählt ist, daß es auch die Elektrizitätstheorie umfaßt. Hieran schließt sich ein Hinweis, daß die Mechanik der Kontinua eine analoge Behandlung herausfordert, wie sie in der Mechanik der Punktsysteme als Hamilton-Jacobische Theorie bekannt ist, und dieser Hinweis dient zur Einführung des verallgemeinerten Funktionsbegriffs, der von Volterra ausgebildet worden ist und von dem in der dritten Vorlesung die Rede sein wird. (Übrigens ist diese Ausdehnung der Hamilton-Jacobischen Theorie auf mehr-dimensionale Variationsprobleme in einer Göttinger Dissertation von G. Prange, 1915, in Angriff genommen worden.) Den

Schluß der ersten Vorlesung bildet eine kurze Darstellung der Relativitätstheorie.

Die zweite Vorlesung ist vor allem den neueren Forschungen auf dem Gebiete der klassischen Elastizitätstheorie gewidmet. Die von Betti, Somigliana u. a. gegebenen Methoden zur Integration der elastischen Grundgleichungen werden kurz beschrieben (die von Korn aber nicht erwähnt); es folgen Erörterungen über die Schwingungsgleichungen und ihre Charakteristiken, wobei besonders der Unterschied der Fälle von gerader und ungerader Anzahl der unabhängigen Variabeln hervorgehoben wird. Am Schlusse wird die Theorie ringförmiger, mehrfach zusammenhängender elastischer Körper entwickelt und gezeigt, wie diese zur exakten experimentellen Prüfung der Elastizitätstheorie dienen können, weil bei einem distordierten Ringe keine unbekannte Verteilung von Oberflächenspannungen störend eintritt.

Die dritte Vorlesung bietet wohl das meiste Interesse; hier werden die Vorgänge betrachtet, die Volterra „Vererbungserscheinungen" nennt, d. h. alle solche Vorgänge, bei denen ein Zustand von der Vorgeschichte abhängt, wie elastische Nachwirkung, magnetische Hysteresis. Bei Berücksichtigung dieser Vorgänge verwandeln sich die partiellen Differentialgleichungen in Integro-Differentialgleichungen, in denen Integrale über die Vorgeschichte auftreten; im einfachsten Falle hat man gewöhnliche lineare Integralgleichungen. Hier kommt der oben erwähnte von Volterra ausgebildete Kalkül zur Geltung, in dem Funktionen von Funktionen untersucht werden und die Differentialrechnung auf solche Bildungen erweitert wird. Die Aufstellung der allgemeinsten Gesetze, die bei Berücksichtigung der Vererbungserscheinungen möglich sind, ist gewiß von großem Interesse, ich meine aber, daß die eigentliche physikalische Erkenntnis dadurch nicht wesentlich gefördert wird; das Zustandekommen der Nachwirkungen wird nur durch atomistische Betrachtungen verständlich werden können.

M. Born.

H. Rohmann, Elektrische Schwingungen. I. Teil 115 S., II. Teil 96 S. Sammlung Göschen Nr. 751 und 752. Berlin, G. J. Göschensche Verlagsbuchhandlung. 1915. Gebunden jeder Teil M. —.90.

Der Verfasser dieser vortrefflichen Darstellung des Gebietes entstammt der Straßburger Physikerschule, die, durch die Namen F. Braun, E. Cohn, J. Zenneck gekennzeichnet, auf dem Gebiete der elektrischen Schwingungen führend ist. Man wird von einem Bändchen der Göschensammlung nicht erwarten, das Gebiet erschöpfend oder jede Frage bis in ihre Tiefen erledigt zu finden, wird aber doch erstaunt sein, wieviel die beiden Bändchen enthalten. Die gewählte Darstellung hat es in glücklicher Weise verstanden, die unumgänglichen mathematischen Erörterungen, die niemals in leeres Rechnen ausarten, mit physikalischer Anschaulichkeit zu durchdringen und lebendig zu machen. So ist eine Einführung gewonnen, die man nur warm empfehlen kann.

Das erste Bändchen gibt in seinem ersten Teil eine grundlegende Rekapitulation der nötigen elektrostatischen und elektrodynamischen Grundlagen; im zweiten behandelt es die Schwingungen von Kondensatorkreisen, mit den Unterabteilungen Eigenschwingungen, erzwungene Schwingungen, gekoppelte Kreise; im dritten Teile wird das Experimentelle über die Herstellung und Untersuchung solcher elektrischer Schwingungen kurz zusammengestellt.

Das zweite Bändchen behandelt in seinem ersten Teile die schwingungsfähigen Systeme mit verteilter Kapazität und Selbstinduktion, also stehende und fortschreitende Drahtwellen und was damit zusammenhängt. Erst theoretisch, dann experimentell. Gerade dieser Teil bringt viel über die gewöhnlichen Darstellungen Hinausgehendes und ergänzt sie wertvoll; im zweiten Teil werden die elektromagnetischen Wellen im freien Raum besprochen, einschließlich der Strahlung von Oszillatoren. Hier finden denn auch die Hertzschen Versuche ihren Platz. — Auf die Technik der drahtlosen Telegraphie wird nicht eingegangen, vermutlich weil ihr noch ein besonderes Bändchen gewidmet werden soll.

H. Th. Simon.

Bernardo Dessau, Manuale di Fisica ad uso delle scuole secondarie e superiori. Volume Secondo: Acustica, Termologia, Ottica. Lex. 8°. VII u. 612 S. mit 341 Figuren im Text und einer farbigen Tafel. Mailand, Rom und Neapel, Società Editrice Libraria. 1915. Lire 15.—[1]).

Daß im Jahre 1915 der zweite Band des schönen Dessauschen Werkes erscheinen konnte, ist ein erfreuliches Zeichen dafür, daß auch außerhalb des Landes der Barbaren die Wissenschaft während des Krieges nicht im Dornröschenschlummer liegt. Immerhin ist auch an diesem Buche der Krieg nicht spurlos vorübergegangen, denn der Band läßt erkennen, daß die Drucklegung manchen Schwierigkeiten begegnet ist, und daß auch in Italien die Druckereien offenbar nicht durchweg mit geschulten Kräften arbeiten. Dieser Umstand mag die vielen ausgefallenen Buchstaben und Silben im Text einigermaßen entschuldigen. Störender als diese Schönheitsfehler wirkt aber der Gebrauch griechischer Lettern in Nonpareille inmitten des Petitsatzes. Da überdies die griechischen Lettern anscheinend nachträglich in die maschinell gesetzten Zeilen eingefügt worden sind, und auf diese Arbeit wohl nicht die genügende Sorgfalt verwendet werden konnte, so stehen sie teils auf, teils über und unter der Zeile und erscheinen daher oft als Faktoren, wo sie als Indizes oder als Exponenten stehen sollten, und umgekehrt. Wenn auch bei aufmerksamem Lesen kaum Mißverständnisse hieraus entstehen dürften, so wirken solche Erscheinungen doch recht störend. Ist somit das äußere Gewand des Buches nicht durchweg fleckenlos, so kann man sich an seinem Kern ungetrübt erfreuen. Wie am ersten Bande ist die Klarheit zu rühmen, mit welcher der Verfasser selbst die schwierigsten Gegenstände in gefälliger Form und ohne jegliche Zuhilfenahme höherer Mathematik darzustellen weiß. Manche Darlegungen erscheinen mir überaus glücklich gewählt zu sein. Ich erwähne nur die Wahl der Analogie für die Aberration des Lichtes, die der Spur der Regentropfen an den Fensterscheiben eines fahrenden Eisenbahnzuges verglichen wird. Ausgezeichnet gewählte Figuren erleichtern auch in diesem Bande das Verständnis. Mit anscheinend ganz besonderer Liebe hat sich der Verfasser die Darlegung des Strahlenganges in den optischen Instrumenten gewidmet. Die Bedeutung der Blenden in diesen findet hier eine eingehende Würdigung, wie man sie in Lehrbüchern der Physik nicht überall antreffen kann. Kurzum, das Erscheinen dieses zweiten Bandes ist freudig zu begrüßen, und erweckt die Hoffnung, daß auch der dritte Band, der mit der Lehre von der Elektrizität

1) Siehe diese Zeitschr. **14**, 851, 1913.

und dem Magnetismus den Abschluß des Werkes bringen soll, nicht mehr allzu lange auf sich warten lassen möge. Iklé.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Gerlach, Walter, Dr., Assistent am physikalischen Institut der Universität Tübingen, ist seit August 1915 zum Heeresdienst eingezogen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Nationaluniversität in Buenos Aires der Professor für Chemie der Universität La Plata Dr. Walter Sorkau für anorganische Chemie.

Ernannt: Dr. Herbert W. Bolam zum Dozenten der Chemie an der Universität Glasgow, Dr. C. A. Ashton zum Professor der Mathematik an der Universität von Kansas in Lawrence, Dr. R. D. Carmichael zum Professor der Mathematik an der Universität von Illinois in Urbana, Dr. C. F. Craig zum a. o. Professor der Mathematik an der Cornell-Universität in Ithaca, Professor Dr. M. De Franchis von der Universität Catania zum Professor der höheren Geometrie an der Universität von Palermo, Dr. U. C. Mitcheli zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität von Lawrence, Dr. F. W. Owens zum a. o. Professor der Mathematik an der Cornell-Universität in Ithaca, Dr. H. B. Phillips zum a. o. Professor der Mathematik am Massachusetts Technologischen Institut in Boston, Dr. A. D. Pitcher zum Professor der Mathematik an der Western Reserve University in Cleveland, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule München Dr. Heinrich Liebmann zum ord. Professor der Mathematik ebenda.

Berufen: An die Universität Warschau der a. o. Professor an der Universität Breslau Dr. Julius v. Braun für Chemie und der ord. Professor an der Universität Freiburg (Schw.) Dr. Josef v. Kowalski für Experimentalphysik.

Nobelpreise: Für das Jahr 1914 dem ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Frankfurt M. Dr Max v. Laue für Physik und dem ord. Professor der Chemie an der Harward-Universität in Cambridge Mass. Dr. Theodore W. Richards für Chemie, für das Jahr 1915 dem ord. Professor Dr. W. H. Bragg in Leeds und Dr. L. W. Bragg in Cambridge Engl. für Physik und dem Professor für allgemeine und Experimentalchemie an der Universität München Dr Rich. Willstätter für Chemie.

Verliehen: Dem ord Professor der Mathematik an der Techn. Hochschule Dresden Geh. Hofrat Dr. Martin Krause der Titel Geheimer Rat.

Vom Lehramt zurück: Der Privatdozent für Chemie an der Universität Würzburg Dr. Fritz Schlotterbeck (infolge Übernahme der wissenschaftlichen und technischen Leitung der Chemischen Fabrik Stockhausen in Krefeld).

In den Ruhestand: Der ord. Professor für Chemie an der Universität von Glasgow John Ferguson.

Gestorben: Das Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Charlottenburg Geheimrat Professor Dr. Karl Feußner, der Mathematiker Dr. Heinrich Ganter, Professor an der Kantonschule in Aarau, der ord. Professor der Mechanik an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Alexander Wernicke.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1915/16.

Technische Hochschule Brünn.

Jaumann: Allgemeine und technische Physik, $3^1/_2$; Theoretische Physik, $1^1/_2$; Physikalisches Praktikum für Chemiker und Maschinenbauer (mit Lohr), 3, für Bauingenieure (mit Szarvassi), 3. — **Szarvassi**: Elektrizitätsleitung in Gasen, 2. — **Lohr**: Elektromagnetische Theorien für bewegte Körper (Fortsetzung), 1. — **Zickler**: Allgemeine Elektrotechnik, 5; Elektrotechnisches Praktikum II, 8. — **Niethammer**: Bau elektrischer Maschinen II, 3; Projektierung elektrischer Anlagen einschließlich elektrischer Arbeitsübertragung, 2; Elektrotechnische Konstruktionsübungen I, 10, II, 2. — **Siegel**: Elemente der Elektrotechnik, 2. — **Filepek**: Telegraphie und Telephonie, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Telegraphie und Telephonie, 2. — **N.N.**: Drahtlose Telegraphie, $1^1/_2$. — **Frenzel**: Anorganische Chemie, 6; Analytische Chemie II: Spezielle analytische Methoden, 2; Chemische Übungen Ia, 24, IIa, $19^1/_2$; Elektrochemisches Praktikum, 3; Physikalische Chemie II, 3. — **Hönig**: Organische Chemie II, 4; Ausgewählte Kapitel der Tier- und Pflanzenchemie, $1^1/_2$; Agrikulturchemie, 3; Chemische Übungen aus Agrikultur- und Nahrungsmittelchemie, 11. — **Kurtenacker**: Mikrochemische Analyse, 1, Übungen, 2. — **Gröger**: Enzyklopädie der technischen Chemie, $1^1/_2$ und 3. — **Ulrich**: Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der aromatischen Verbindungen, 1; Chemische Technologie organischer Stoffe II 1, 5; Übungen im Laboratorium für chemische Technologie II 1, insbesondere der Farb- und Faserstoffe, 14; Spezielle chemische Technologie der Farbstoffe, 1; Grundzüge der Textilchemie, 1. — **Knöpfer**: Konstitutionsbestimmungen organischer Verbindungen, 2. — **Suida**: Repetitorium der organischen Chemie, 1; Grundzüge der Photochemie, 1. — **Donath**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe I, 3; Chemische Technologie organischer Stoffe I, 3; Übungen im Laboratorium für chemische Technologie I 1 (mit Margosches), 20. — **Margosches**: Chemische Technologie organischer Stoffe III, 3; Chemische Technologie III: Anleitung zu technisch-chemischen Untersuchungen, 2; Chemische Technologie der organischen Kolloide, 2. — **v. Schrutka**: Mathematik Ia, 7, Korrepetitionen, 1; Elliptische Funktionen, 2. — **Waelsch**: Mathematik Ib, 4, Korrepetitionen, 1; Darstellende Geometrie I, 4, Konstruktives Zeichnen, 8. — **Tietze**: Mathematik II 2, 3, Korrepetitionen, 1; Elemente der höheren Mathematik, 4, Korrepetitionen, 1. — **Benze**: Mathematische Statistik, 2. — **Fanta**: Versicherungsmathematik II, 2, Übungen, 1. **Tranquillini**: Technisches Zeichnen I: Elemente des Hochbaues, 2, Übungen, 4. — **Löschner**: Technisches Zeichnen II: Plan- und Geländezeichnen, 4, Übungen, 2; Plan- und Geländezeichnen: Situationszeichnen, 4; Niedere Geodäsie, 5; Vermessungsübungen I Zimmerübungen, $2^1/_4$; Elemente der niederen Geodäsie, Situationszeichnen, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 3. — **Musil**: Technisches Zeichnen: Maschinenzeichnen, 6. — **N.N.**: Mechanik IIa: Kinetik starrer Systeme, $3^1/_2$, Übungen, 2, IIb, $1^1/_2$; Mechanisches Seminar für Vorgeschrittene, $1^1/_2$. — **Lechner**: Experimentalmechanik: Theorie mechanischer Meßapparate und Versuchsanordnungen, 2. — **Bortsch**: Elemente der Mechanik und Festigkeitslehre II, 4. —

Akademie Posen.

Werner: Physiologisch-chemisches Praktikum, 2; Chemische Übungen, 2. —

Könnemann: Einführung in die Mechanik des Himmels und die mathematische Erdkunde, 1. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Fig. 2.

a *b*

Fig. 3.